ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ოთარ ბადაგაძე

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი

OWA-ს ტიპის განზოგადოებული აგრეგირების ოპერატორების გამოყენება სტრატეგიულ მენეჯმენტში

ს ა დ ო ქ ტ ო რ ო   დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

ხელმძღვანელები:

სადოქტორო პროგრამის ხელმძღვანელი:
თსუ პროფესორი
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი   გია სირბილაძე

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:
თსუ პროფესორი
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი   გია სირბილაძე

კონსულტანტი:
თსუ ასოც. პროფესორი
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი   ირინა ხუციშვილი

თბილისი
2017

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

Otar Badagadze

Faculty of Exact and Natural Sciences
Department of Computer Science

OWA-Type Generalized Aggregation Operators in Strategic Management

PhD Thesis

Supervisors:

Supervisor of the Doctoral Program:
Professor, TSU
Doctor of Science in Physics and Mathematics — Gia Sirbiladze

Scientific Supervisor:
Professor, TSU
Doctor of Science in Physics and Mathematics — Gia Sirbiladze

Consultant:
Associate Professor, TSU
Candidate of Science in Physics and Mathematics — Irina Khutsishvili

Tbilisi
2017

ანოტაცია

ნაშრომში განხილულია გადაწყვეტილების მიღების OWA-ს ტიპის ოპერატორების გამოყენებით საექსპერტო ცოდნის ბაზაზე შექმნილი შეფასებების აგრეგირების პრობლემატიკა. განიხილება შემთხვევა, როდესაც გადაწყვეტილების მიღების სისტემაში შემავალი მონაცემები საექსპერტო ბუნებისაა და ინფორმაციის წყაროს წარმოადგენს ექსპერტი და მისი ცოდნა. აგებულია OWA ოპერატორის ახალი გავრცობები განუზღვრელ გარემოში.

შესავალში წარმოდგენილია გადაწყვეტილების მიღების სისტემებსა და მეთოდებში საექსპერტო ცოდნის ფორმირების, ანალიზისა და სინთეზის ძირითადი ამოცანები. მიმოიხილება ამ მიმართულებით ცნობილი სპეციალისტების - ლ. ა. ზადეს, რ. იაგერის, მ. მერიგოს, დ. დუბუას, ჰ. ფრეიდი, ჯ. კლირის, პ. სმეტცის, ჯ. კაპრჟიკის და სხვათა ძირითადი შედეგები OWA-ს ტიპის ოპერატორების განზოგადოებებზე ფაზი–განუზღვრელობის პირობებში.

ნაშრომში წარმოდგენილია OWA-ს ტიპის ახალი გავრცობილი ოპერტორები. შექმნილია ინტელექტუალური გადაწყვეტილების მიმღები მხარდამჭერი სისტემა, რომელშიც ჩართულია OWA-ს ტიპის ცნობილი თუ ჩვენს მიერ შექმნილი აგრეგირების ოპერატორები. ინტერფეისში შექმნილია სამომხმარებლო გარემო, როდესაც მომხმარებელი ირჩევს მისთვის სასურველ აგრეგირების ინსტრუმენტს და შედეგად ღებულობს ალტერნატივების რანჟირებულ სიას მრავალკრიტერიუმიანი, ჯგუფური გადაწყვეტილების მიღების მოდელში, რაც დომინირების აზრით ოპტიმალური ალტერნატივის არჩევის შესაძლებლობას იძლევა. ეს კი გადაწყვეტილების მიღების პროცესში წარმოქმნილი რისკების მინიმუმამდე დაყვანას გულისხმობს. საილუსტრაციოდ განიხილება სტარტ-აფ-ის ერთი ამოცანა - ბიზნესის დაგეგმვისა და სტარტეგიული არჩევანის ამოცანა. შედეგად მიღებულია შესაძლო ალტერნატივების რანჟირებული სია და საუკეთესო გადაწყვეტილება, რომელიც თანხვედრაშია გადაწყვეტილების მიმღები პირის ინტუიციურ შეფასებებთან.

დალაგებული შეწონილი გასაშუალოების (The Ordered Weighted Averaging (OWA)) ოპერატორი შემოღებულია რ. რ. იაგერის მიერ 1988 წელს. OWA ოპერატორი აგრეგირებას უკეთებს ექსპერტულ შეფასებებს. მისი მნიშვნელობები მოთავსებულია არგუმენტების მინიმუმსა და მაქსიმუმს შორის და წარმადგენს ფართო სპექტრის მქონე აგრეგირების ინსტრუმენტს. სადისერტაციო ნაშრომში წარმოდგენილია OWA ოპერატორის ჯ. მ. მერიგოს მიერ განზოგადოებული *POWA და FPOWA ალბათური ოპერატორების <u>გავრცობები</u>,* სადაც *ალბათური ზომის ნაცვლად გამოყენებულია მონოტონური ზომა.* ეს კი ექსპერტული შეფასებების განუზღვრელობის ზომაა. ცნობილია, რომ აგრეგირების ინსტრუმენტში მისი ჩართვა ამ უკანასკნელის გამოყენებას მეტ სანდოობას სძენს. ჩვენს მიერ მონოტონური ზომის როლში აღებულია შესაძლებლობის ზომა, რომლის გენერაცია აქტუალურია სტრატეგიული გადაწყვეტილების მიღების მოდელებში. შემოღებულია შოკეს ინტეგრალზე დაფუძნებული OWA ოპერატორის ახალი გავრცობები - AsPOWA და AsFPOWA ოპერტორები. შესწავლილია ახალი ოპერატორების თვისებები. მოყვანილია მტკიცებულებები. ამ ოპერატორების ანალიზური გამოსახულებები ჩაწერილია შესაძლებლობის ზომისა და აგრეგირების გენერატორის კონკრეტული ფუნქციებისთვის. ოპერატორები ინდუცირებულია შოკეს

ინტეგრალითა (Choquet integral) და ფაზი-ზომის ასოცირებული ალბათური კლასით (Associated Probability Class (APC) of a fuzzy measure). განმარტებულია მათი ინფორმაციული ზომები - Orness, Entropy, Divergence და Balance. ახალი ოპერატორების გამოყენების ილუსტრირებისთვის შექმნილია გადაწყვეტილების მიღების ამოცანა. ამოცანა ეხება სტარტეგიულ მენეჯმენტს და გადაწყვეტილების მიღებას შესაძლებლობითი განუზღვრელობის გარემოში. ჩატარებულია აგრეგირების ოპერატორებით რანჟირებული სიის შედარებითი ანალიზი. რანჟირების დალაგების მიმართების აზრით შერჩეულია საუკეთესო ალტერნატივა.

ANNOTATION

The work considers the problem of aggregating the assessments obtained based on the Expert Knowledge Base using OWA-type operators when making decisions. The case is considered when the data in the decision-making system is expert in nature and the source of information is the expert and his/her knowledge. The new extensions of the OWA operator are built in an uncertain environment. The introduction provides the main tasks for forming, analyzing and synthesizing expert knowledge in decision making systems and methods.

A review of the main results of well-known specialists in the field L.A. Zadeh, R. R. Yager, J.M. Merigo, D. Dubois, H. Prade, G.J. Klir, P. Smets, J. Kacprzyk and others is made with regard to generalizations of OWA-type operators under fuzzy-uncertainty.

The work presents new extensions of OWA-type operators. An Intelligent Decision Support System has been created, which includes known, as well as, OWA-type aggregation operators developed by us. The user interface of the system allows the user to select the desired aggregation tool. As a result, the system provides a list of ranked alternatives in the multi-criteria group decision-making model. This, in terms of dominance, makes it possible to choose the optimal alternative. This also implies minimizing of the risks in the decision-making process.

For the purpose of illustration, one business start-up problem is considered, namely the problem of business planning and strategic choice. At the end, a ranked list of possible alternatives is obtained and the best solution is selected, which corresponds to the intuitive assessments of the decision-maker.

The Ordered Weighted Averaging (OWA) operator was introduced by R.R. Yager (1988 year) to provide a method for aggregating inputs that lie between the max and min operators. In this article several variants of the generalizations of fuzzy probabilistic OWA operators POWA and FPOWA (introduced by J.M. Merigo are presented in the environment of fuzzy uncertainty, where different monotone measures (fuzzy measure) are used as uncertainty measures. Monotone measures considered are: possibility measure, Sugeno $\lambda-$additive measure, monotone measure associated with Belief Structure and Choquet capacity of order two. New aggregation operators are introduced: AsPOWA and AsFPOWA. Some properties of new aggregation operators and their information measures are proved. Concrete faces of new operators are presented with respect to different monotone measures and mean operators. Concrete operators are induced by the Choquet integral) and the Associated Probability Class (APC) of a monotone measure. For the new operators the information measures – Orness, Entropy, Divergence and Balance are introduced. For the illustration of new constructions of AsPOWA and AsFPOWA operators the example of fuzzy decision making problem regarding the strategic management with possibility uncertainty is considered. Several aggregation operators ("classic" and new operators) are used for the comparing of the results of decision making.

შინაარსი

1. შესავალი

1.1. გადაწყვეტილების მიღება განუზღვრელობის პირობებში. განუზღვრელობათა კლასიფიკაცია.

თანამედროვე ადამიანის მოღვაწეობის ნებისმიერი სფერო დაკავშირებულია ინფორმაციის მიღებასთან, დამუშავებასთან და გადაწყვეტილების მიღების პროცესის ანალიტიკურ - ტექნოლოგიურ მოდელირებასთან. მნიშვნელოვანი როლი გადაწყვეტილების მიღებაში განეკუთვნება ანალიტიკურ ამოცანებს (ანალიტიკურია ამოცანა, თუ ის იძლევა შესაძლებლობას პირველადი ინფორმაციის ბაზაზე დაყრდნობით, მივიღოთ ახალი ცოდნა წარმოქმნილი სიტუაციის შესახებ, ღრმად გავერკვეთ მიმდინარე პროცესებში და შესაბამისად მივიღოთ სწორი გადაწყვეტილება).

ხშირად გადაწყვეტილების მიღება კავშირშია საბოლოო შედეგის განსაზღვრის მაღალ დონესთან. ამავე დროს ის შეიძლება გართულდეს სიტუაციათა ვითარების შეცვლის ან გადაწყვეტილების გამომუშავებისათვის დროის უკმარისობით. ასეთ შემთხვევაში გადაწყვეტილების მიღება უნდა განხორციელდეს შესაბამისი ანალიტიკურ-ექსპერტულ კომპიუტერული სისტემების დახმარებით ([24, 26, 102-104] და სხვ.). აქედან გამომდინარე ადეკვატური მათემატიკური მოდელები და შესაბამისი მეთოდები, აგრეთვე გამოთვლითი ამოცანები, შემუშავებული ანალიტიკური ამოცანების ამოსახსნელად, მოითხოვს ყოველმხრივ კვალიფიკაციურ განხილვა-შესწავლას.

იმისათვის, რომ აღნიშნული კომპიუტერული სისტემების გამოყენებით მივაღწიოთ ეფექტურობას, საჭიროა დადგინდეს გადაწყვეტილების მიღების სისტემის მდგომარეობებისა და შესაძლო ალტერნატივების საჭირო დეტალიზაცია, განისაზღვროს ობიექტურ-სუბიექტური შემავალი მონაცემების ინფორმაციული მოდელი და მოხდეს საკვლევი სისტემის გადაწყვეტილების მიღების მოდელის ფორმირება. ასეთი ანალიტიკურ-ექსპერტული სისტემები დარგის მცოდნეთა (ექსპერტების) ცოდნის ბაზის შექმნის კომპიუტერულ ტექნოლოგიებს წარმოადგენს. ტრადიციულად, განუზღვრელობის პირობებში, ანალიტიკური ამოცანების გადასაწყვეტად, იყენებდნენ ალბათურ-სტატისტიკურ მოდელირებას ([24,26,102] და სხვ). პრაქტიკამ გვიჩვენა რომ, მხოლოდ ამ მოდელების გამოყენება გარკვეული ამოცანების ამოსახსნელად შეზღუდულია შემდეგი ფაქტორების არსებობის გამო ([12, 21, 22, 24, 26, 46, 48, 49, 50, 75-77, 85, 102-105] და სხვ.).

1) არა სტატისტიკური ბუნების მქონე ობიექტებისათვის განუზღვრელობის ფაქტორის აღრიცხვის აუცილებლობა, სუბიექტური შეფასება, ლინგვისტური განუზღვრელობა, სათამაშო განუზღვრელობა და სხვა.

2) ალბათურ-სტატისტიკური მონაცემების უქონლობა რთულ ტექნიკურ-ორგანიზაციულ სისტემებში.

3) ინფორმაციული შეზღუდვა, არამდგრადი ალბათური განაწილების არსებობა (ორმაგი ბუნების, ალბათურ-ფაზი განუზღვრელობის არსებობა და სხვა).

ამგვარ საინფორმაციო-ანალიტიკურ სისტემებს ხშირად *სუსტად სტრუქტურირებულ სისტემებსაც* უწოდებენ ([24, 48, 102, 103] და სხვ.).

განვიხილავთ გადაწყვეტილების მიღების ინტელექტუალური საკონსულტაციო-მხარდამჭერი ინფორმაციული სისტემების მოკლე მიმოხილვას, ძირითად მიმართულებებსა და უპირატესობებს.

გადაწყვეტილების მიღება, რომელიც ეხება რთულ ობიექტებს, პირველ რიგში უკავშირდება ინფორმაციის დამუშავებას. ასეთ მასშტაბურ, გლობალურ ობიექტებად ითვლება ისეთი ობიექტები, როგორიცაა: სახელმწიფო, მსოფლიო ფინანსური სისტემა, საერთაშორისო უსაფრთხოების სისტემა, საინვესტიციო პროექტი, კომერციული ოპერაციები, წარმოების სტრუქტურა და მრავალი სხვა ობიექტი. *დისერტაციის თემიდან გამომდინარე ჩვენი ინტერესის სფეროს წარმოადგენს სტრატეგიული მენეჯმენტის პრობლემატიკა და გადაწყვეტილების მიღების ტექნოლოგიები.*

გადაწყვეტილების მიღების პროცესში *საუკეთესო ალტერნატივის არჩევის მისაღწევად* პირველ რიგში, ყურადღება უნდა მიექცეს *შიდა და გარე ფაქტორების ანალიზს,* რომლებიც განსაზღვრავენ გამოსაკვლევი ობიექტის მდგომარეობას და ახლო მომავალში მის პერსპექტიულ განვითარებას [24]. როგორც პრაქტიკამ გვიჩვენა, ასეთი გადაწყვეტილების მიღება შეუძლებელია ახალი მიდგომების, ინფორმაციული ანალიზისა და შედეგების ავტომატიზაციის გარეშე. ასეთი სისტემები ხელს უწყობენ მართვის ეფექტურობის ამაღლებას, ოპერატიულობას, სისრულეს, კოლექტიური გადაწყვეტილების პრობლემური სიტუაციებიდან გამოსვლას და ა.შ.

აღსანიშნავია, რომ გადაწყვეტილების მიღება შეიძლება მივაკუთვნოთ საექსპერტო-ანალიტიკური ამოცანების კლასს, რომლებშიც გადაწყვეტილებები არსებულ მონაცემთა ბაზაზე დაყრდნობით ექსპერტული ცოდნის გამოყენებას მოითხოვს.

ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, რომ ანალიტიკური ამოცანების ამოხსნისას – გადაწყვეტილების მიღების პროცესში ვიყენებთ რა ავტომატიზირებულ სისტემებს, აუცილებელია შევქმნათ შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფა, რომელიც ექსპერტულ-ანალიტიკური ამოცანების გადაწყვეტის ბაზისად შეიძლება ჩაითვალოს. ასეთი უზრუნველყოფა თავის თავში უნდა მოიცავდეს მათემატიკური მოდელებისა და გამოთვლით მეთოდების არსებობას, რომლებიც შეიძლება დავყოთ ორ დიდ კლასად [24, 102]:

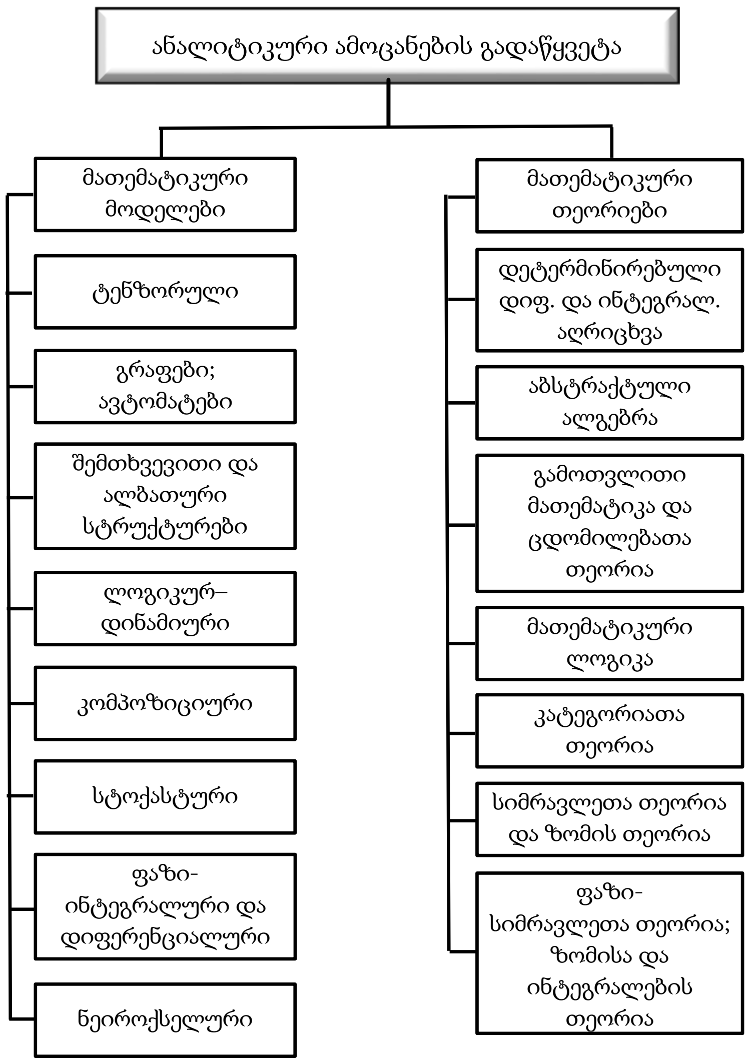
1) ინფორმაციული მოდელები და ამოცანები;
2) ანალიტიკური მოდელები და ამოცანები.

ინფორმაციული მოდელები და ამოცანები: ინფორმაციულ ამოცანებს მიეკუთვნება ისეთი ამოცანები, რომლებიც დაკავშირებულია ინფორმაციის მთლიანობასთან, შენახვასთან და ინფორმაციის ნაკადთან. ასეთი ამოცანების ამოხსნას დიდი მნიშვნელობა აქვს ეფექტური გადაწყვეტილების მისაღებად. *მოდელირების ძირითადი დანიშნულება მდგომარეობს საუკეთესო გადაწყვეტილების მიღებასა და/ან შეფასებაში.*

როგორც ამ დარგის ცნობილი ექსპერტების გამოცდილება გვიჩვენებს, გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება ისეთ პროგრამულ კომპლექსს, რომელიც დაფუძნებულია ეფექტურ მათემატიკურ მიდგომებზე, მეთოდებზე და ალგორითმებზე.

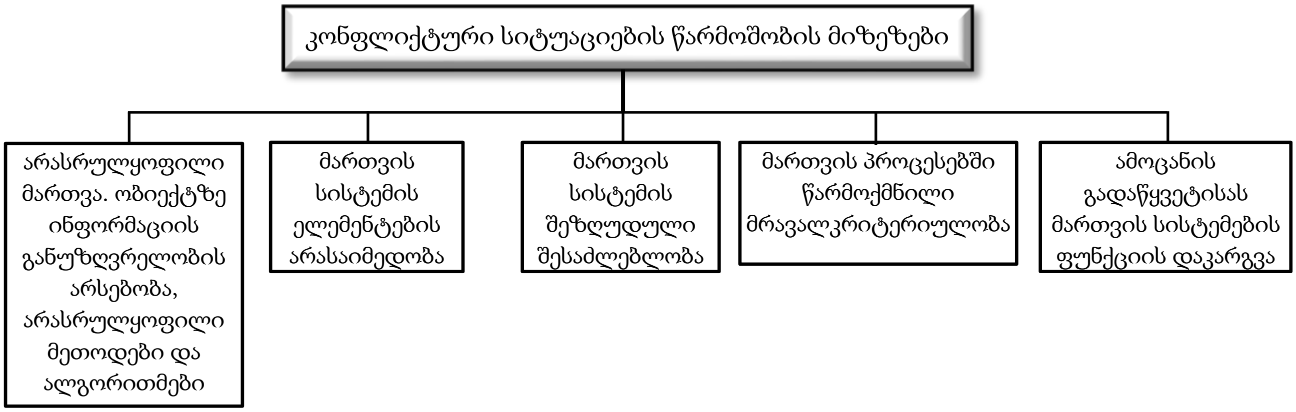
აქედან გამომდინარე, შექმნილი პროგრამული კომპლექსები და მისი გამოყენების ტექნოლოგია, ანალიტიკური გადაწყვეტილებების მიღებისათვის შეიძლება განიხილებოდეს, როგორც გადაწყვეტილების მიღების ხელშემწყობი ფუნქციონალური სისტემა.

ანალიტიკური მოდელები და ამოცანები: დღესდღეობით არსებობს ანალიტიკური ამოცანების ამოსახსნის მრავალი მიდგომა. ამასთან დაკავშირებით მოცემული მიდგომები, რომლებიც პროცესების ფორმალიზებას აკეთებენ, შეიძლება იყოს სხვადასხვა მათემატიკური მოდელები. ისინი ეყრდნობიან კონკრეტულ მათემატიკურ თეორიებს. ასეთი მათემატიკური მიდგომები მოცემულია შემდეგ ცხრილში [102]:



ყოველი მეთოდი, მოყვანილი ანალიტიკური ამოცანების კლასიდან, გამოირჩევა თავისი მიდგომით, ამოხსნის სირთულით და სხვა შესაძლებლობებით. რომ მივიღოთ ეფექტური შედეგები ანალიტიკური ამოცანების გამოყენებით, აუცილებელია გამოსაკვლევი ობიექტის ყოველმხრივი შეფასება. აქ *აღსანიშნავია კონფლიქტური სიტუაციები* [102]. კონფლიქტური სიტუაციის

გამომწვევი მიზეზები, გადაწყვეტილების მიღებისას, უშუალოდ დამოკიდებულია სამართავი ობიექტის კონფლიქტურ ბუნებასთან. ეს მიზეზები შეიძლება დაიყოს ხუთ ძირითად ჯგუფად:



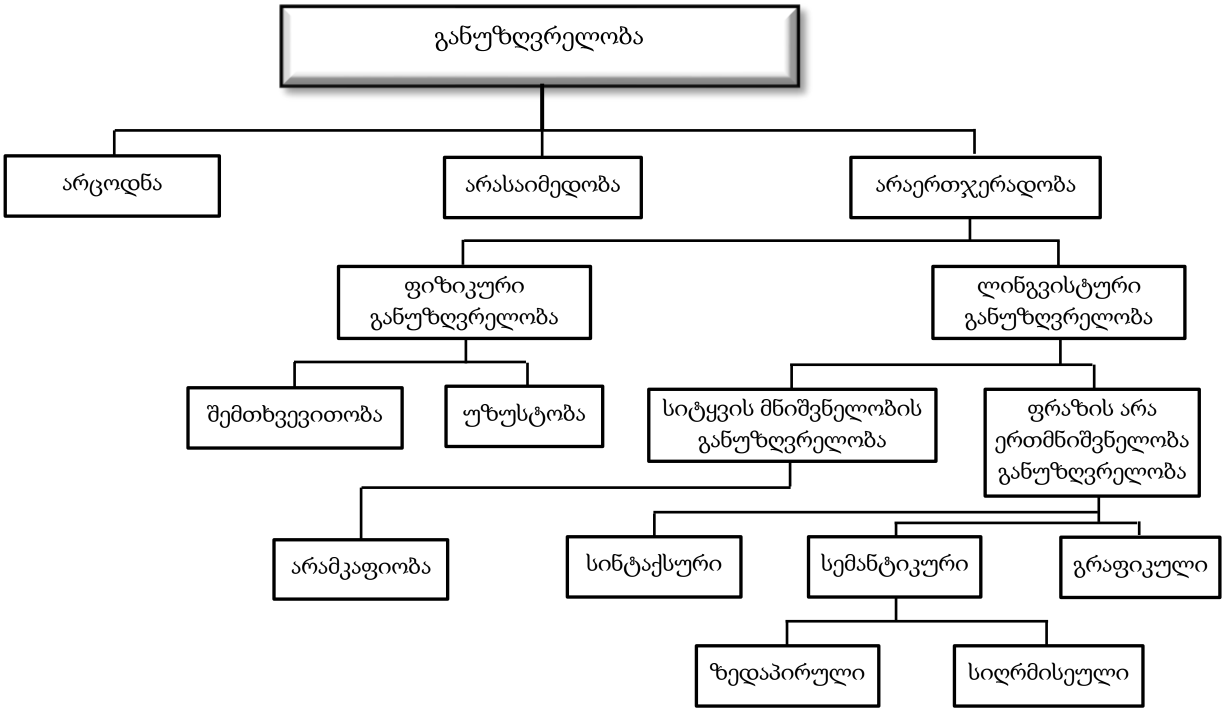
ობიექტების კონფლიქტური ბუნების მოქმედება განსაზღვრავს იმას, რომ მოცემული ობიექტები მიზანშეწონილია გადაისინჯოს, როგორც რთული ერთიანი სისტემა, რომელიც გამოირჩევა ურთიერთდაკავშირებული ცალკეული რგოლებით, ურთიერთმოქმედი სტრუქტურებითა და ელემენტებით. ამის გამო გართულებულია არა მარტო მათი შესწავლა და მოდელირება, არამედ მთლიანად მათში მომხდარი პროცესების აღქმა. რთული ობიექტები, როგორც მართვის ობიექტები, ქმნიან გარკვეულ განსაკუთრებულობებს [24, 102, 103, 104]:

1. გადაწყვეტილების მიღების სავარაუდო ალტერნატივები და ის ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ *საუკეთესო ალტერნატივის არჩევაზე,* შეიძლება დაკავშირებული იყოს ბინარული მიმართებით. ამ თვალსაზრისით, *სუსტად სტრუქტურირებული,* არამკაფიო (fuzzy) განუზღვრელობის (ფაზი-განუზღვრელობის) მქონე ობიექტებზე გადაწყვეტილების მიღების კრიტერიუმების (ფაქტორების) უმრავლესობა ბუნებრივია იქნება არაზუსტი და მათი კავშირების მიმართება კი ფაზი-მიმართება [24, 48, 101-104].

2. ინფორმაციის მნიშვნელოვანი ნაწილი, რომელიც აუცილებელია ობიექტის მათემატიკური აღწერისათვის, ხშირად მოცემულია გარკვეულ სემანტიკურ ფორმაში, რომელიც მიიღება გამოცდილი ექსპერტ-სპეციალისტების შეფასებების შედეგად. ექსპერტებს აქვთ გარკვეული გამოცდილება და ცოდნა მოცემული ობიექტის შესახებ. მათი შეფასებები, თავისი ბუნებით რა თქმა უნდა არასრულია და შეფასების უზუსტობას მივყავართ ფაზი-ფორმალურ წარმოდგენაზე. ამ დროს წარმოიშობა ფაზი-განუზღვრელობაც [12,101].

ცხადია, განუზღვრელობა წარმოიქმნება მრავალი ფაქტორებიდან გამომდინარე. ზემოთ ჩამოთვლილი ფაქტორების გარდა, უნდა გავითვალისწინოთ ამოცანის მრავალკრიტერიუმიანი ბუნება, ერთდროულად მოქმედი ყველა ფაქტორის აღწერის შეუძლებლობა, სტატისტიკური მონაცემთა არასაკმარისობა და სხვა.

ბოლო წლების გამოცდილებამ გვიჩვენა, რომ რთული ანალიტიკური ამოცანების გადაწყვეტისას წარმოქმნილი განუზღვრელობა ზოგადი ბუნებისაა. ქვემოთ მოყვანილია განუზღვრელობის კლასიფიკაციის სქემა, რომელიც გარკვეულ წილად იმეორებს [24,104] -ში განვითარებულ ანალოგიურ სქემას:



განუზღვრელობის შემთხვევაში, გამოიყოფა შემდეგი შესაძლო ალტერნატივები:

1. შევეცადოთ აღვრიცხოთ ყველა შესაძლო ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ გადაწყვეტილების მიღების ობიექტზე. სამწუხაროდ, რთული ობიექტების სპეციფიკიდან გამომდინარე, ეს ყოველთვის არ ხერხდება. კლასიკური მეთოდებით აგებული მათემატიკური მოდელი კი არ იქნება გამოსადეგარი პრაქტიკული გამოყენებისათვის, რადგან ეს გამოწვეულია, როგორც ფუნქციონალური, ასევე განუზღვრელობის ასპექტებით. ამგვარად, კლასიკური საწყისების გამოყენებით რთული ობიექტების ზუსტი მათემატიკური მოდელების აგება, ანალიტიკური ამოცანების ამოხსნისთვის და მისაღები გადაწყვეტილებისთვის ან რთულდება, ან საერთოდ შეუძლებელია. გარდა ამისა მტკიცდება, რომ ამგვარი ანალიტიკური ამოცანების შეერთება განუზღვრელობებთან ზუსტი კლასიკური მიდგომის გამოყენებით, პრინციპში შეუძლებელია, რადგანაც ყოველივე ეს ითხოვს ე.წ. *„განუზღვრელობის მოხსნას“* [24, 102-104]. რაც რეალურ პირობებში პრაქტიკულად შეუძლებელია. ასეთი კლასის ამოცანების ამოსახსნელად, ხშირად ვირჩევთ *ალტერნატიულ გზას განუზღვრელობისა და უზუსტობის მოდელირების მიმართულებით*: შეფასებები გაურკვეველი ბუნების ობიექტებზე შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ექსპერტების ცოდნის ბაზაზე. აქედან გამომდინარე, ჩნდება სპეციალური მათემატიკური აპარატის დამუშავების აუცილებლობა, რომელიც უზრუნველყოფს *სუსტად სტრუქტურირებული ან არასტრუქტურული ანალიტიკური ამოცანების გადაწყვეტას* [24,48,101-104]. შესაბამისად შექმნილი აპარატი ადეკვატურად უნდა გამოხატავდეს რეალური სინამდვილის აღწერას.

2. მოდელირების ალტერნატიული გზების მოძიება. რთულ სისტემებთან მუშაობისას, ალბათ ყველაზე მნიშვნელოვანი არის ფაზი-მონაცემების აღწერა და დამუშავება. ეს აზრი დაფუძნებულია გარკვეულ პრინციპზე. ფორმალურად, ამ პრინციპის არსი იმაშია, რომ სისტემის სირთულეების

ზრდასთან ერთად ჩვენი შესაძლებლობა, ზუსტი და აზრიანი დასკვნების გამოტანის შესახებ, უფრო და უფრო არასაიმედო ხდება.

3. ამგვარად, ანალიტიკური ამოცანების ამოსახსნელად გადაწყვეტილების მიღების თვალსაზრისით, მნიშვნელოვანია საწყისი ელემენტების მონაცემების ანალიზი და სინთეზი. საწყის ელემენტებად ითვლება არა მარტო რიცხვები, არაამედ ფაზი-სიმრავლეები, ფაზი მიმართებები, ფაზი-ლოგიკური წესები და ა.შ. [12 ,24, 26, 101, 102, 103]. შეიძლება ითქვას, რომ აზროვნების ლოგიკა არ არის უბრალო ბულის ლოგიკა და ის მრავალმნიშვნელოვანია. ეს ლოგიკა არის ფაზი-სიმრავლეებზე, ფაზი-მიმართებებზე და სხვა ფაზი-კატეგორიებზე დაფუძნებული დასკვნის წესების გამოყვანის ინსტრუმენტი. ასეთ შემთხვევებში *ფაზი-განუზღვრელობის მქონე რთულ სტრუქტურებზე ფაზი-ანალიზის გამოყენებას პრაქტიკულად ალტერნატივა არ გააჩნია.* დღესდღეობით შეიძლება გამოვყოთ მათემატიკური თეორიები, რომლებიც მიეკუთნებიან განუზღვრელობისა და უზუსტობის შემცველი ინფორმაციის ფორმირების ინსტრუმენტებს [102]:

1. მრავალმნიშვნელოვანი ლოგიკა.
2. ალბათობათა თეორია.
3. ცდომილებათა თეორია.
4. ინტერვალების თეორია.
5. სუბიექტურ ალბათობათა თეორია.
6. ფაზი-სიმრავლეთა თეორია.
7. ფაზი-აგრეგირების ოპერტორების თეორია.

მათემატიკური თეორიები, რომლებიც გამოიყენება ზემოთ აღწერილი ანალიტიკური ამოცანების ამოსახსნელად, დამახასიათებელი ნიშნების მიხედვით მოყვანილია ცხრილში [102].

#	D დამახასიათებელი ნიშნები	მათემატიკური თეორიები						
		1	2	3	4	5	6	7
1	რიცხვითი განუზღვრელობის აღრიცხვა	–	+	+	+	+	+	+
2	განუზღვრელ მოვლენათა აღრიცხვა	+	+	–	+	+	+	+
3	არარიცხვითი ლინგვისტური გან. აღრიცხვა	+	–	–	–	+	+	+
4	სემანტიკურ-მოდალური ინფორმაციის აღრიცხვა	+	–	–	–	–	+	+
5	კვალიფიკაციის აღრიცხვა განუზღვრელობით	–	+	–	–	+	+	+
6	კვალიფიკაციის აღრიცხვა ზოგადად	+	–	–	–	–	+	+
7	სიზუსტისა და განუზღვრელობის შეუთავსებლობის აღრიცხვა	+	–	–	+	+	+	+
8	ფორმალიზების ეფექტურობა სრული უცოდინრობისას	+	–	+	+	+	+	+

როგორც ცხრილიდან ჩანს ყველაზე მაღალი მაჩვენებელი აქვს *ფაზი-სიმრავლეთა თეორიასა* და *ფაზი-აგრეგირების ოპერტორების თეორიას.* ჩვენ არჩევანი გავაკეთეთ ბოლო *მიმართულებაზე. მისი გამოყენებით სადისერტაციო ნაშრომში განვითარებულია გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების OWA-ს ტიპის ოპერატორების* [93] *გავრცობები საექსპერტო შეფასებების ბაზაზე. შექმნილია მხარდაჭერი ინტელექტუალური სისტემა.*

1.2. გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი (საკონსულტაციო–მრჩეველი) ინტელექტუალური სისტემების ტექნოლოგიების შესახებ.

გადაწყვეტილების მიღების პრობლემა კაცობრიობის მოღვაწეობის უმთავრესი და ურთულესი პრობლემაა. იმ საშუალებებს, რომელიც ეხმარება ადამიანებს რთული ამოცანების გადაჭრაში, წარმოადგენენ გადაწყვეტილებათა მიღების კომპიუტერული მხარდამჭერი სისტემები. თუ გადაწყვეტილების მიღების პროცესი ითვალისწინებს კვლევის მიმართულების სპეციალისტის (ექსპერტის) მონაწილეობას, საქმე გვაქვს საექსპერტო სისტემებთან. ცოდნაზე დაფუძნებული კომპიუტერული სისტემები გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როდესაც განსახილველი ამოცანა განეკუთვნება სუსტად სტრუქტურირებულ სისტემებს, როდესაც მისი ფორმულირება ვერ ხერხდება კლასიკურ მათემატიკურ მოდელებში.

ექსპერტული ცოდნის გამოყენება გამოწვეულია შემდეგი აუცილებლობით:

ა) ისეთი მონაცემების კომპიუტერული დამუშავება, რომლებიც თავისი ბუნებით ბუნდოვანია და არამკაფიოა (ფაზი-მონაცემები);

ბ) ისეთი რთული ობიექტების გამოკვლევა, რომელთა აღწერა–ფორმირება შეუძლებელია ფაზი–წარმოდგენების შემოღების გარეშე.

ბოლო წლებში ფართოდ ვრცელდება ფაზი–ლოგიკაზე ([12, 24, 101, 102] და სხვ.) დაფუძნებულ გადაწყვეტილებათა მიღების კომპიუტერული სისტემების გამოყენება სუსტად სტრუქტურირებული სისტემების საოპტიმიზაციო და გადაწყვეტილების მიღების ამოცანების რეალიზაციებში ([13] და სხვ.). კერძოდ, მიზანშეწონილი გახდა მონაცემთა დამუშავება ფაზი–სტატისტიკური მეთოდებით, რადგანაც კლასიკური სტატისტიკის მეთოდები ამ შემთხვევაში არ იძლევა სანდო შედეგებს. ფაზი–ინფორმაციის კომპიუტერში წარმოდგენის მეთოდების შემუშავება და მათი მათემატიკური და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა, ასევე ფაზი–ინფორმაციის დამუშავების ეფექტური და სწრაფად რეალიზებადი ალგორითმების შემუშავება – ძალზედ აქტუალურია თანამედროვე ინფორმაციის დამუშავების პრობლემატიკაში. ამ საკითხებს ეძღვნება ცნობილი მეცნიერების, ლ. ა. ზადეს, დ. დუბუას, ჰ. პრადის, ა. კანდელის, ჯ. დომბის, ა. კაუფმანის, ჯ. კლირის, რ.იაგერის, გ. მერიგოს და სხვათა ნაშრომები.

თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიების განვითარებამ, და კერძოდ, ინტერნეტის სწრაფმა შემოჭრამ ადამიანის მოღვაწეობის ყველა სფეროში, განაპირობა ახალი ტიპის კომპიუტერული სისტემების გავრცელება, როგორიცაა გადაწყვეტილებათა მიღების მხარდამჭერი ინტელექტუალური სისტემები (Decision Support Inteligent Systems) - DSIS. ამ სისტემების საშუალებით ხდება კვალიფიციური, ვიწრო სპეციალიზირებული ცოდნის მიწოდება იქ, სადაც არსებობს ამ ცოდნის გამოყენების საჭიროება. ინტერნეტის ფართო გამოყენებასთან დაკავშირებით

გაჩნდა შესაძლებლობა ასეთი ცოდნის ცენტრალიზებული შენახვისა და მასთან წვდომის უზრუნველყოფა კავშირის არხების მეშვეობით. DSIS -ტიპის კომპიუტერული სისტემების დანერგვა ძალზედ მნიშვნელოვანია და აქტუალური იმ შემთხვევებში, როდესაც ძნელია ექსპერტისგან კონსულტაციის მიღება. მაგალითად: მათი ტერიტორიული დაშორების გამო, როდესაც არსებობს ექსპერტთა ჯგუფის კოლექტიური გადაწყვეტილების მიღების აუცილებლობა, ხოლო მათი ერთად თავმოყრა – ძვირადღირებული პროექტია. ასეთ შემთხვევებში კომპიუტერულ სისტემას შეუძლია შეასრულოს პირველადი კონსულტანტის როლი ან კომუნიკაციური ურთიერთქმედების საშუალების როლი რთული გადაწყვეტილების მიღების პროცესში, როგორც მხარდამჭერი ინსტრუმენტი.

გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი კომპიუტერული სისტემების ეფექტურობის უზრუნველყოფისათვის არსებითია სისტემაში შემავალი ინფორმაციული ნაკადების იდენტიფიკაცია, ფილტრაცია, დაზუსტება და სხვა [3, 4, 25, 48, 102, 103]. რთულ სისტემებზე, როგორც საექსპერტო ცოდნიდან მიღებულ საინფორმაციო ნაკადებზე მუშაობისას, მათი მოდელირების კლასიკურ მიმართულებათა პარალელურად ყველაზე მნიშვნელოვანი არამკაფიოობის (Fuzziness) დაშვებაა ([12, 24-26, 75-57, 101-104] და სხვ.) ყოველივე ეს უკავშირდება ბუნებასა და საზოგადოებაში მიმდინარე ჩამოუყალიბებელი თუ ანომალური მოვლენების შესწავლის სირთულეს, რაც გამოწვეულია ობიექტური ინფორმაციის სიმცირით ან არ არსებობით; როდესაც საექსპერტო ცოდნის ნაკადები გადამწყვეტია სანდო დასკვნების კონსტრუირებაში. ასეთებია: ექსტრემალურ გარემოში ბიზნეს ამოცანების გადაწყვეტა, მენეჯმენტისა და საინვესტიციო რისკების ანალიზი, სამედიცინო დიაგნოსტიკის პრობლემები და ა.შ. საინფორმაციო პროცესში ინფორმაციის სირთულის ზრდასთან ერთად ჩვენი შესაძლებლობა, გავაკეთოთ სანდო დასკვნები პროცესის მიმდინარეობაზე, გარკვეულ ზღვრამდე ეცემა, რომლის მიღმაც ინფორმაციის ისეთი მახასიათებლები, როგორიც სიზუსტე და განსაზღვრელობაა, ურთიერთსაწინააღმდეგო ხდება [48]. ხშირ შემთხვევაში რეალურ, რთულ საინფორმაციო პროცესებზე მუშაობისას, ზუსტი რაოდენობრივი ანალიზით სარგებლობა ნაკლებად დამაკმაყოფილებელია და შეიძლება დავასკვნათ, რომ აუცილებელია ფუნდამენტური კვლევის შესაბამისი ფაზი – მეთოდების გამოყენება. ფაზი–სტატისტიკური განუზღვრელობის მქონე საინფორმაციო პროცესების მოდელების აგების სისტემური მიდგომა [102] შესაბამისი ავტომატიზირებული სისტემის შექმნას უზრუნველყოფს. ეს უკანასკნელი კი საექსპერტო–ანალიზური ამოცანების ამოხსნის ტექნოლოგიათა ინსტრუმენტულ ბაზისს წარმოადგენს.

დისერტაციაზე მუშაობისას ჩვენი კვლევების მთავარი მიზანი იყო მოდიფიცირება გაგვეკეთებინა ექსპერტული ცოდნის წარმოდგენაზე დაფუძნებულ ისეთ მდგომისთვის, როგორიცაა **გადაწყვეტილების მიღების OWA-ს ტიპის აგრეგირების ოპერატორების** ([1, 2, 4, 10, 16, 19, 28-31, 33, 34, 36, 38, 42, 79, 81, 82, 84, 86, 91-93, 94, 96, 97, 100] და სხვ.) **გავრცობები**, ცნობილია რომ, ეს მიდგომა გამოირჩევა გადაწყვეტილების მიღების გარკვეული საიმედოობით პრაქტიკაში არსებული ფართო სპექტრის ამოცანებისათვის (სამედიცინო დიაგნოსტიკა, ბიზნესი, მარკეტინგი, სტრატეგიული მენეჯმენტი, ინფორმაციის მართვა და სხვა). ძირითადი მიმართულება იქნება ბიზნეს–პროცესებისა და ეკონომიკური მოდელებში აღნიშნული აგრეგირებების დაფუძნება და

გამოყენება. ახალი აგრეგირებები ჩვენს მიერ იქნა გამოყენებული *სტრატეგიული მენეჯმენტის პრობლემატიკაში* .

დისერტაციაში განვითარებული ამოცანები ეხება განუზღვრელ გარემოში *მრავალ-ალტერნატიული შერჩევებისას მრავალკრიტერიუმიან პირობებში მრავალექსპერტული გადაწყვეტილების მიღების პრობლემებს.* როგორც უკვე აღვნიშნეთ, განუზღვრელობა წარმოიშობა შესაძლო ალტერნატივებზე კრიტერიუმების არჩევის შემთხვევაში ინფორმაციის არასაკმარისობის გამო. ეს ინფორმაციები ექსპერტების ცოდნის გამოყენებით წარმოდგენილი იქნება შემდეგი საექსპერტო შეფასებებით: ფაზი– სიმრავლეები, ფაზი–სამკუთხა რიცხვები, რანგობრივ-ქულობრივი შეფასებები, სარგებლიანობები, ფასები, დანახარჯები და სხვა. *ალტერნატივებს შორის ოპტიმალური არჩევანი, ანუ პარეტოს ოპტიმუმი მრავალკრიტერიუმიან გარემოში, ზოგადად შეიძლება არ არსებობდეს.* მაგრამ დისკრეტულ მოდელებში, რომლებსაც ჩვენ ვიკვლევთ, ეს პრობლემა არ არსებობს. ვიხილავთ ისეთი მიდგომებს, რომლებშიც კრიტერიუმების მიხედვით ალტერნატივებზე საექსპერტო შეფასებები აგრეგირებული იქნება სკალარულ სიდიდეებში. *სკალარული სიდიდეები კი რანჟირებას გაუკეთებენ ალტერნატივებს საუკეთესოდან უარესი გადაწყვეტილებისკენ.* ამით შეიქმნება პარეტოს ოპტიმუმის მოძიების შესაძლებლობა. *სადისერტაციო პროექტის გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირებების კონსტრუქციებში ვისარგებლეთ რ.იაგერის მიერ შემოღებული OWA-ს ტიპის ალბათური აგრეგირების ოპერატორებით* [32, 33, 35, 37, 41, 43, 90]. თუ აღმოჩნდა რომ, მომხმარებელს არ გააჩნია ზემოთ მითითებული საექსპერტო შეფასებები, მაშინ მისი ცოდნის გამოყენება და შეფასებების შექმნა შესაძლებელია ცოდნის ფორმირების კონსტრუირების სხვადასხვა ალგორითმებით. მაგალითად, შეგვიძლია ვისარგებლოთ რ.იაგერის ცნობილი სქემით, რომელიც გენერაციას უკეთებს აღნიშნული შეფასებებს α -დონის კვეთის სიმრავლეების ფიქსირების მიხედვით [87] . ალგორითმი მუშაობს ინტერაქტიულ რეჟიმში და ბოლოს გვაძლევს შესაძლებლობით ხარისხებს კრიტერიუმებზე, მოცემულ ალტერნატივებთან მიმართებაში. აგრეგირების ოპერატორების გამოყენებისთვის, ექსპერტული შეფასებების გარდა, საჭიროა კრიტერიუმების წონების იდენტიფიკაცია და შეფასება მომხმარებლის გდაწყვეტილების მიღების რისკებთან მიმართებაში. დისერტაციის პროექტის ფარგლებში შექმნილ პროგრამულ რეალიზაციაში განხორციელებულია OWA-ს ტიპის ოპერატორების წონების გენერაციის რამოდენიმე მიდგომა. საერთო ჯამში მომხმარებელს უჩნდება შესაძლებლობა სხვადასხვა წონებითა და სხვადასხვა აგრეგირების ოპერატორებით რანჟირება გაუკეთოს ალტერნატივებს საუკეთესოდან უარესისკენ. *სადისერტაციო ნაშრომში წარმოდგენილია კვლევის მთავარი ობიექტი - ჩვენს მიერ აგებული OWA-ს ტიპის ალბათური ოპერატორების გავრცობები - AsPOWA და AsFPOWA* ოპერატორები [58-72]. ეს ოპერატორები ითვალისწინებენ **ექსპერტული ინფორმაციის არასრულობის ორივე პოლუსს - განუზღვრელობას** (ფაზი-ზომის, შესაძლებლობითი განაწილების სახით) და **უზუსტობას** (ექსპერტული შეფასებების წარმოდგენას რეიტინგულ სკალაზე და ფაზი-სიდიდეებში) [26, 49, 50, 75-77, 83, 85] და სხვ. ორივე პოლუსის გამოყენება აგრეგირების ოპერატორებში სიახლეა და გადაწყვეტილების მოდელებს მათი გამოყენება მეტ საიმედობას და დასაჯერობას მატებს.

აღნიშნული *ამოცანა რეალიზებულია გადაწყვეტილების მიღების ინტელექტუალური სისტემის სახით,* რომელიც ექსპერტების ცოდნის ინჟინერიის ბაზაზე მომხმარებლისთვის ქმნის

გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერ გარემოს მრავალ ალტერნატიულ შემთხვევასა და მრავალ კრიტერიუმიან (მრავალ ფაქტორულ) გარემოში, როდესაც ცოდნის წარმოდგენა მრავალექსპერტულია. ექსპერტთა მონაცემების კონდენსირება ეტალონურ ფორმირებებში განხორციელებულია ა. კაუფმანის ექსპერტონების მეთოდის [23] რეალიზაციით. საბოლოოდ, ინტელექტუალური სისტემა მომხმარებელს შეუქმნის გადაწყვეტილების მიღების ისეთ გარემოს, როდესაც შესაძლო ალტერნატივები დალაგებულია რანჟირებით. თითოულ შემთხვევაში შეფასებული იქნება ინფორმაციული ზომები: Orness, Div, Entropy, Ball [93]. ისინი იძლევიან ინფორმაციას მომხმარებლის გადაწყვეტილების მიღების რისკებისადმი დამოკიდებულების შესახებ.

1.3. ფაზი–სიმრავლეების სათავეებთან

არასრული ინფორმაციის არსებობისას, უზუსტობისა და განუზღვრელობის პირობებში, გადაწყვეტილების მიღების პრობლემატიკაში დღეს აქტუალური ხდება ფაზი-მოდელირება [6, 11, 12, 15, 17, 20, 22, 26, 27, 44, 47-57, 73-80, 87, 95, 98, 102, 103] და სხვ. ფაზი-სიმრავლეების თეორიის ძირითადი, ელემენტარული ასპექტები წარმოდგენილია შრომებში [12, 23, 78, 101, 102], რომელთა შექმნა განაპირობა ადამიანის სწრაფვამ შემეცნებისა და აზროვნების პროცესების უკეთ შესწავლისათვის, ხოლო საწყისი ფაზი-ინფორმაციის ასახვათა მათემატიკური ინსტრუმენტები რეალობის ადექვატური მოდელების აგების საშუალებას იძლევა.

ადამიანის ინტელექტის საოცარი თვისებაა არასრული და ფაზი-ინფორმაციის პირობებშიც კი მიიღოს საკმაოდ ზუსტი გადაწყვეტილება. ადამიანის აზროვნების მსგავსი ინტელექტუალური მოდელების აგება დღევანდელი გამოთვლითი მეცნიერებების ერთ-ერთი უმთავრესი ამოცანაა.

ამ მიმართულებით, დაახლოებით 45 წლის წინათ, მნიშვნელოვანი ნაბიჯი გადადგა კალიფორნიის (აშშ) უნივერსიტეტის (ბერკლი) **პროფესორმა ლ. ა. ზადემ** (Lotfi A. Zadeh). მისმა ნაშრომმა, რომელიც 1965 წელს დაიბეჭდა [101], ადამიანის ინტელექტუალური საქმიანობის მოდელირებას ჩაუყარა საფუძველი, რამაც არსებული ზოგიერთი მათემატიკური თეორიის ახალ ინტერპრეტაციას მისცა ბიძგი:

1) განაზოგადა სიმრავლის კლასიკური, კანტორისეული ცნება, დაუშვა რა, რომ სიმრავლის მახასიათებელმა ფუნქციამ (მიკუთვნების (membership) ფუნქციამ) შეიძლება მიიღოს არა მარტო 0 ან 1 მნიშვნელობა, არამედ ნებისმიერი მნიშვნელობა [0,1] შუალედიდან. ასეთ სიმრავლეებს მან **არამკაფიო, ფაზი** (Fuzzy) უწოდა;

2) შემოიღო მთელი რიგი ოპერაციები ფაზი-სიმრავლეებზე.

3) შემოიღო რა ე.წ. ,,ლინგვისტური ცვლადის" ცნება და დაუშვა, რომ მისი მნიშვნელობები (თერმები) ფაზი-სიმრავლეებია; ააგო ინტელექტუალური საქმიანობის აქტივობის აღმწერი აპარატი, რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული განუზღვრელობის პირობებში აქტივობის შედეგის რაოდენობრივ - სემანტიკურ მხარეს.

უკვე 1990 წლისთვის ამ მიმართულებით გამოქვეყნებულ ნაშრომთა სიამ 10 000-ს მიაღწია, ხოლო ბოლო წლებში ფაზი-სისტემების კვლევის მიმართულებით უფრო პრაქტიკული გამოყენებისკენ სწრაფვამ გამოიწვია ისეთი პრობლემატიკების შექმნა, როგორიცაა ფაზი-

გამოთვლების კომპიუტერთა არქიტექტურა, კონტროლერებისა და ფაზი-კომპიუტერების ბაზა, პროგრამული *ფაზი-უზრუნველყოფა, გადაწყვეტილების მიღების ფაზი-ექსპერტული აპარატი* და ა.შ.

ფაზი-სიმრავლეების მათემატიკური თეორია, რომელიც ა.ზადემ შემოგვთავაზა, ფაზი - ცნებებისა და ცოდნის აღწერის, ასევე ამ ბაზაზე ოპერირებისა და გადაწყვეტილების მიღების საშუალებას იძლევა. ცხადია ამ თეორიაზე დაფუძნებული ახალი კომპიუტერული სისტემები აფართოებენ მომავალი თაობების კომპიუტერების გამოყენების არეალს, რაც ბოლო პერიოდში ფაზი-ლოგიკის სწრაფმა განვითარებამ განაპირობა. *ფაზი-სიმრავლეების თეორია – ეს არის კლასიკურ მათემატიკასა და რეალურ სამყაროს ყველგან შეღწევადი უზუსტობათა შორის დაახლოების გზაზე წინგადადგმული ნაბიჯი, რომლის შექმნა განაპირობა ადამიანის სწრაფვამ შემეცნებისა და აზროვნების პროცესების უკეთ შესწავლისთვის.*

დღევანდელ დღეს ჩვენ არ შეგვიძლია ავაგოთ ისეთი მანქანები, რომელნიც შეძლებდნენ ადამიანისთვის მეტოქეობა გაეწიათ ისეთი ამოცანების შესრულებაში, როგორიცაა ენიდან თარგმნა, საუბრის ამოცნობა, ინფორმაციის აგრეგირება. ასეთი მანქანების შექმნის შეუძლებლობა პირველ რიგში აიხსნება ერთი მხრივ ადამიანის აზროვნებასა და მეორეს მხრივ მანქანის ,,აზროვნებას" შორის ფუნდამენტური განსხვავებით. განსხვავება ადამიანის ტვინის შესაძლებლობებშია, რომელიც დღევანდელ კომპიუტერულ სისტემებს არ გააჩნიათ (ანუ ძირითადად იფიქროს და მიიღოს გადაწყვეტილება არაზუსტი, არაერთმნიშვნელოვანი, ბუნდოვანი და ფაზი-ინფორმაციის ბაზაზე). ამიტომაა, რომ თანამედროვე რთული კომპიუტერული გამოთვლითი სისტემები გამოუყენებადია მათი ადამიანთან ბუნებრივი ურთიერთობის, კონტაქტის დასამყარებლად (ანალოგიურად იმისა რაც ხდება ადამიანსა და ადამიანს შორის).

სიმრავლე – მათემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ცნებაა. სიმრავლის ერთ ერთი არაკლასიკური განმარტებაა ფაზი-სიმრავლე. ,,ფაზი-სიმრავლეები" უნდა ვუწოდოთ, ანუ კლასები ,,არაზუსტი" საზღვრებით, როდესაც გადასვლა ელემენტის ერთ კლასში შეთანხმებულობიდან მეორე კლასში შეთანხმებულობაზე მიმდინარეობს თანდათანობით და არა მყისიერად. ეს ყველაფერი უკავშირდება გადაფარვადი და ბუნდოვანი ინფორმაციის დამუშავების, ანალიზისა და სინთეზის ამოცანებს. თავისთავად ასეთი ინფორმაციები ექსპერტული ბუნებისაა და არასრული შინაარისაა. შემდეგ პუნქტში განვიხილავთ არასრული, ექსპერტული მონაცემების სტრუქტურირების საკითხებს.

1.4. არასრული ინფორმაციის წარმოდგენის შესახებ. ინფორმაციის უზუსტობა და განუზღვრელობა

არასრული ინფორმაციის არსებობისას მისი უზუსტობა და განუზღვრელობა შეიძლება განხილული იქნას, როგორც ორი ურთიერთსაპირისპირო ფენომენი ერთი და იმავე რეალობაზე. ამ ფენომენს ხშირად **არასრული ინფორმაციის ორ პოლუსს უწოდებენ** [8, 12, 24, 26, 48, 75-77, 83, 87, 88, 89, 99] და სხვ. შემდგომში ინდივიდის (ექსპერტის) მიერ გაკეთებული შეფასება, გამოთქმული აზრი რაიმე ფაქტთან, მოვლესასთან და ა.შ. მიმართებაში, წარმოდგენილი იქნება მარტივი ლოგიკური გამონათქვამით, როგორც არასრული ინფორმაციის მატარებელი. ლოგიკური

გამონათქვამი შეიცავს პრედიკატს და აუცილებლობის შემთხვევაში კვანტიფიკატორს. საბაზო ცოდნად აღებული იქნება ცნობათა (ფაქტების) სიმრავლე, რომელიც გააჩნია ინდივიდს, რომელიც ერთი და იგივე პრობლემური გარემოდანაა განსაზღვრული. მაშინ პრედიკატი, რომელიც ინფორმაციის წარმოდგენისას ჩნდება, შეიძლება გაგებული იქნას, როგორც ერთი და იგივე უნივერსალური სიმრავლის ქვესიმრავლე. ნებისმიერი ასეთი ლოგიკური გამონათქვამი შეიძლება განხილული იყოს, როგორც მტკიცება რომელიმე მოვლენაში ფაქტის წარმოშობის (შეფასების და ა.შ.) ჭეშმარიტობის ხარისხის დადგენის შესახებ. თავის მხრივ, მოვლენები წარმოდგენილია იმ უნივერსალური სიმრავლის ქვესიმრავლეების სახით, რომელსაც ,,აუცილებლად განხორციელებადი მოვლენა" ეწოდება. ასე რომ, გვაქვს მონაცემთა სიმრავლის ანალიზის სამი ექვივალენტური საშუალება იმის და მიხედვით არის თუ არა აქცენტი გაკეთებული სტრუქტურაზე (ლოგიკური თვალსაზრისით), ამ ინფორმაციის შინაარსზე (თეორიულ-სიმრავლური თვალსაზრისით) ან მის დამოკიდებულებაზე რეალურ ფაქტებთან (მოვლენური თვალსაზრისით).
ჩვენ ასეთ ინფორმაციას წარმოვადგენთ (განვსაზღვრავთ) ***ინფორმაციული ერთეულით*** = ***(ობიექტი, ნიშანი, მნიშვნელობა, დასაჯერობა)*** [12]. გასაგებია, *ობიექტი* გამონათქვამის განსჯის საგანია. *ნიშანს,* რომელიც ღებულობს ობიექტის ან საგნის მნიშვნელობას (მნიშვნელობათა სიმრავლეს) *ფუნქცია შეესაბამება.* ამ ფუნქციის სახელი ფიგურირებს ინფორმაციულ ერთეულში, რომლის *მნიშვნელობა* (მნიშვნელობები) შეესაბამება რომელიმე პრედიკატს ანუ უნივერსალური სიმრავლის ქვესიმრავლეს, დაკავშირებულს მოცემული ნიშნით. *დასაჯერობა* - ინფორმაციული ერთეულის საიმედოობის მაჩვენებელია. ცხადია, რომ ინფორმაციული ერთეულის შემადგენელი ოთხი კომპონენტი შეიძლება იყოს შედგენილი - როგორც ობიექტთა სიმრავლე, ნიშანთა სიმრავლე, n-ადგილიანი პრედიკატი, დასაჯერობის სხვადასხვა ხარისხი. ამას გარდა შეიძლება შემოტანილი იქნას ცვლადები, განსაკუთრებით ობიექტის დონეზე.

მოცემულ კონტექსტში, ინფორმაციულ ერთეულში განსხვავება უნდა გავაკეთოთ ექსპერტული ინფორმაციის ორი პოლუსს - **განუზღვრელობასა და უზუსტობის ცნებებს შორის**. *უზუსტობა* ეკუთვნის ინფორმაციის შინაარსს (ოთხეულში იგი *მნიშვნელობითაა* წარმოდგენილი), ხოლო *განუზღვრელობა* მის *დასაჯერობას,* რომელიც სინამდვილესთან შესაბამისობის აზრითაა გაგებული. მოკლედ, არასრული ინფორმაციის ორივე პოლუსი ჩაშენებულია ერთეულოვანი ინფარმაციის განმარტებაში.

ინფორმაციის განუზღვრელობის ხარისხი გამოისახება ისეთი *კვალიფიკატორებით,* როგორიცაა *,,ალბათ", ,,შესაძლებელია", ,,სარწმუნოა"* და ა.შ., რომელთაც ჩვენ აქ შევეცდებით მივანიჭოთ მეტ-ნაკლებად ზუსტი აზრი. კვალიფიკატორი ,,ალბათ"-ის მოდალურობის კვლევა თითქმის 2 საუკუნის განმავლობაში მიმდინარეობდა. ალბათობას გააჩნია ორი განსხვავებული ინტერპრეტაცია. პირველი, მათ შორის ფიზიკური (სტატისტიკური), რომელიც დაკავშირებულია სტატისტიკური გამოცდების ჩატარებასთან და მოვლენის (შემთხვევითი ხდომილების) სიხშირის განსაზღვრასთან, მეორე – ეპისტომოლოგიური, რომელიც დაკავშირებულია სუბიექტურ მსჯელობასთან. ,,შესაძლებელია" და ,,აუცილებელია" – მოდალურობები შეისწავლებოდა ჯერ კიდევ არისტოტელეს დროს, როდესაც მან მათი დუალური ბუნების ფაქტი დაადგინა (თუ რომელიმე მოვლენა არის აუცილებელი, მაშინ მისი საპირისპირო მოვლენა შეუძლებელია და პირიქით).

საყურადღებოა, რომ ცნება ,,ალბათ"-ის საპირისპიროდ, ცნებები ,,შესაძლებელია" და ,,აუცილებელია" ორმოდუსიანი ლოგიკის ფარგლებში ხშირად განიხილებოდა, როგორც ,,ყველაფერი" ან ,,არაფერი" კატეგორიების ტიპები. მაგრამ ცნება ,,შესაძლებელია" ისე როგორც ცნება ,,ალბათ" უშვებს ორ ინტერპრეტაციას: ფიზიკური, რომელიმე ქმედების შესრულების შრომატევადობის ზომა, და ეპისტემოლოგიური (მსჯელობა, რომელიც ნაკლებად ზღუდავს მის ავტორს). ამიტომაც *სუბიექტური შესაძლებლობა ინფორმაციის დასაჯერობაა.* ცნება ,,აუცილებელია" – პირიქით, ფიზიკური და ეპისტემოლოგიური აზრით გაცილებით მეტი მტკიცებითი ცნებაა. *სუბიექტური აუცილებლობა - ინფორმაციის სარწმუნოობაა*. ბუნებრივია შესაძლებლობის და აუცილებლობის ხარისხის არსებობა ისევე დასაშვებია, როგორც ალბათობის ხარისხის. როგორც შევნიშნეთ, მსჯელობითი ფორმების სარწმუნოობასა და დასაჯერობას აქვს სუფთა ეპისტემოლოგიური ინტერპრეტაცია და შესაბამისად შესაძლებლობასთან და აუცილებლობასთან არიან დაკავშირებულნი. თითოეული ამ ცნებათაგანი შეესაბამება ცოდნის ბაზიდან გამოყვანის რომელიმე საშუალებას: *დასაჯერებელია ყველა ის, რომელიც უშუალოდ დედექტიურად გამოიყვანება ცოდნის ბაზიდან, ხოლო სარწმუნოა ყველა ის, რომელიც არ ეწინააღმდეგება მას (ინდუქციური შეხედულება).*

განვიხილოთ ინფორმაციული ერთეულის მაგალითები, დაკავშირებული უზუსტობისა და განუზღვრელობის სხვადასხვა ფორმებთან:

1. ,,ალბათ ნათიას სიმაღლე 1,70 მ-ზე ნაკლები არაა" (სიმაღლე; ნათია; ≥ 1,70მ; ალბათ),
2. ,,ალბათობა იმისა, რომ ხვალ თბილისში 10 მმ ნალექი მოვა 0,5-ის ტოლია" - (რაოდენობა; ნალექები ხვალისთვის; 10 მმ; ალბათობა = 0,5).

ინფორმაციულ ერთეულს ვუწოდებთ ზუსტს, თუ ქვესიმრავლე, რომელიც შეესაბამება ,,მნიშვნელობას" ოთხეულში, ერთელემენტიანია. რაც იმას ნიშნავს, რომ მისი ,,გახლეჩა" ნაწილებად არ შეიძლება. ინფორმაციის სიზუსტე რა თქმა უნდა დამოკიდებულია საბაზისო სიმრავლის განსაზღვრის ხერხზე. მაგალითად განზომილების ერთეულის შერჩევაზე და სხვა. მეორე მაგალითი ზუსტი ინფორმაციის მატარებელია (10 მმ ნალექი მოვა), მაგრამ შეიცავს განუზღვრელობას (მოსვლის ალბათობა 0,5-ის ტოლია). სხვა შემთხვევებში უნდა ვილაპარაკოთ არაზუსტ (imprecise) ინფორმაციაზე. ქართულ ენაში არის უზუსტობის აღმწერი მრავალი კვალიფიკატორი: „ნაკლები:", „მეტი", ,,ბუნდოვანი", ,,არამკაფიო", ,,გაურკვეველი", ,,ორაზროვანი" და ა.შ. აქ შევნიშნოთ, რომ ორაზროვნება და ბუნდოვნება წარმოადგენს უზუსტობის ფორმას დაკავშირებულს ენასთან. პირველი მაგალითი კი როგორც უზუსტობის (≥ 1,70 მ), ასევე განუზღვრელობის, ალბათური განუზღვრელობის (ალბათ) შემცველი ინფორმაციაა.

უნივერსალური სიმრავლე, რომელიც დაკავშირებულია ინფორმაციულ ერთეულთან, ცნობილად ითვლება. ხშირად, ინფორმაციულ ერთეულში რაიმე ინფორმაციის წარმოდგენისას საქმე გვაქვს მის განზოგადოებასთან. ინფორმაციის განზოგადოება უზუსტობის ,,კეთილთვისებიან" (სამედ./ტერმინით) ფორმად შეიძლება მივიჩნიოთ, რომელიც აბსტრაგირების პროცესთან არის დაკავშირებული. ინფორმაცია განზოგადოებულია, თუ ნაჩვენებია საერთო თვისებების მქონე ობიექტების სიმრავლე. ამ დროს ხშირად ინფორმაციის არამკაფიო (ბუნდოვანი)

ხასიათი გამოიხატება შესაბამისი ობიექტების მნიშვნელობათა სიმრავლის მკაფიო საზღვრების არქონაში. მაგალითი:

3. *,,შესაძლებელია, ნათიას სიმაღლე დაახლოებით 1,70 მ იყოს"* (სიმაღლე; ნათია; დაახლოებით - 1,70მ; შესაძლებელია). ამ მაგალითში ობიექტის მნიშვნელობათა სიმრავლეს მკაფიო საზღვრები არ გააჩნია (დაახლოებით - 1,70 მ) (ფაზი-უზუსტობა). განუზღვრელობა წარმოდგენილია შესაძლებლობის განუზღვრელობით (შესაძლებელია). ბუნებრივი ენის მრავალი კვალიფიკატორი არამკაფიოა და მათთვის დამახასიათებელია განზოგადოება. ბუნდოვანი ტერმინი ,,დაახლოებით" ახასიათებს ობიექტის მნიშვნელობათა ერთობლიობის ბევრს ან ცოტას, ადექვატური სიზუსტით. აქედან გამომდინარე **ინფორმაცია შეიძლება იყოს ერთდროულად არაზუსტი -არამკაფიო (ფაზი) და განუზღვრელი**. განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი:

4. *"ალბათ ხვალ ბევრი ნალექი იქნება" (რაოდენობა; ნალექი ხვალ; ბევრი, ალბათ).*

ამ მაგალითში უზუსტობა არამკაფიოა (ბევრი), ხოლო განუზღვრელობა კი სუბიექტური ალბათური (ალბათ). *მონაცემთა ცნობების, ფაქტების წარმოდგენის არასრული ინფორმაციის უზუსტობასა და განუზღვრელობას შორის წინააღმდეგობა გამოიხატება იმაში, რომ გამონათქვამის შინაარსის სიზუსტის გაზრდით იზრდება მისი განუზღვრელობა და პირიქით.* ზოგად შემთხვევაში ზუსტი ინფორმაციის განუზღვრელ ხასიათს მივყავართ საბოლოო დასკვნამდე, რომელიღაც უზუსტობამდე, გამომდინარე ამ ინფორმაციიდან. გაზომვებისა თუ შეფასებების პროცესიდან ზუსტი ინფორმაციის მიღება პრაქტიკულად შეუძლებელია და თუ შესაძლებელია ის ხშირად ნაკლებად სასარგებლოა ან რთულად ასახსნელი. ამიტომაც, გადაწყვეტილების მიღების *გამარტივებული მოდელი უზრუნველყოფს უფრო გასაგები ინფორმაციის მიღებასა და წარმოდგენას, ვიდრე დეტალური და უფრო რთული მოდელები.* სხვადასხვა შემთხვევებში, საზომი ხელსაწყოების მიერ ცდომილებებით ანდა ადამიანის (ექსპერტის) მიერ წარმოდგენილი ინფორმაცია მონაცემებზე *არაზუსტია, წინააღმდეგობრივია და განუზღვრელობის შემცველია.* *ცნობილია, რომ ალბათობათა თეორია ერთი მხრივ და ცდომილებათა თეორია მეორე მხრივ – არასრული ინფორმაციის წარმოდგენის ორი კლასიკური მიდგომაა.* მაგრამ თანამედროვე ინფორმაციის დამუშავებასთან მიმართებაში ორივე თეორია არაა დამაკმაყოფილებელი: ცდომილებათა თეორია გამოიყენება მხოლოდ რიცხვითი მონაცემებისთვის, როდესაც ისინი წარმოდგენილია *დეტერმინისტული უზუსტობით,* ანუ ,,ცხადი", ჩვეულებრივი ინტერვალებით. აქ *განუზღვრელობა არ წარმოიდგინება,* რაც რეალურ ექსპერიმენტთან გარკვეულ იდეალიზაციას გულისხმობს. ამიტომაა რომ, ხშირად ამ თეორიით სარგებლობას შედეგების ნაკლებ სანდოობასთან მივყავართ. თუ არაზუსტი რიცხვითი მონაცემები წარმოდგენილია შემთხვევითი ცდომილებებით (ნდობის ინტერვალებით), მაშინ წარმოიშობა *ალბათურ – სტატისტიკური განუზღვრელობა* და მონაცემების დამუშავებისთვის გამოიყენება შესაბამისი მეთოდები. უზუსტობას წარმოადგენს შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობები, რომლებიც განმარტებულია წერტილებზე, ეს წერტილები ქმნიან ე.წ. *დისონანტურ ტანს* ([8, 9, 18, 37, 39, 77, 85, 89, 95, 98, 99] და სხვ.), სადაც ერთ-ელემენტიანი წერტილების, *ელემენტარული ხდომილობების ალბათობები სრულად განმარტავენ განუზღვრელობის ზომას - ადიტიურ ალბათობას* ყველა შედეგთა სიმრავლეზე. როდესაც მონაცემები წარმოდგენილია ინტერვალებით, მათი განაწილება ,,ბუნდოვანია", ხასიათდება გადაფარვებით და ქმნიან ე.წ. კონსონანტურ ტანს ([8, 9, 18, 37, 39, 77, 85, 89, 95, 98, 99] და სხვ.),

როდესაც მონაცემების აღწერასა და მიღებაში ,,ჩარეულია” სუბიექტი (ექსპერტი), რომელიც მონაცემთა ობიექტური აღწერის (ხელსაწყოები, საზომი საშუალებანი და სხვა) პარალელურად ,,ერევა” მონაცემთა შეფასებასა და წარმოდგენაში, მაშინ ***მონაცემთა ბუნება კომბინირებული ხდება.*** აქ ინფორმაციის წყარო ობიეტი+ექსპერტია. უზუსტობა წარმოდგება ფაზი-სიდიდეებით: ფაზი-სიმრავლე, ფაზი-მიმართება და ა.შ. ექსპერიმენტში ალბათურ – სტატისტიკური განუზღვრელობის პარალელურად ჩნდება ე.წ. ***<u>შესაძლებლობითი განუზღვრელობა</u>*** [12, 24, 26, 27, 48, 70, 73, 75-77, 83, 85, 87-89, 98, 99, 102, 104] და სხვ., *რომელიც <u>რა თქმა უნდა შეფასების პროცესში სუბიექტის ინტელექტუალური აქტივობის შედეგად წარმოიშობა</u>.* განსხვავებით წინა შემთხვევისა (შემთხვევითი ექსპერიმენტი) საქმე გვაქვს *<u>შესაძლებლობის ექსპერიმენტთან</u>* [12], სადაც ინფორმაციის მატარებლები ჩალაგებული სიმრავლეებია -ეტალონები. ისინი ქმნიან ე.წ. კონსონანტურ ტანს [12]. ცხადი ხდება რომ, რთული და წინააღმდეგობის შემცველი მონაცემების *დამუშავებისთვის მხოლოდ ალბათურ – სტატისტიკური და ცდომილებათა თეორიების გამოყენება არ იძლევა დამაკმაყოფილებელ შედეგებს* და ბუნებრივია ამის მიზეზი მონაცემთა ბუნებაში და მათი აღწერის, გაზომვის, სკალირების, ექსპერტის შეფასებების და სხვა თავისებურებაში უნდა ვეძიოთ. სუბიექტურ – ობიექტური მონაცემების აღწერისათვის ალბათურ – სტატისტიკური მეთოდები მეტისმეტად ნორმატიულად გვეჩვენება, ხოლო ცდომილებათა თეორია მხოლოდ ობიექტური, თავისი შინაარსით ზუსტი სიდიდეების გაზომვის ან გამოთვლების უზუსტობას ასახავს, როდესაც *<u>მონაცემები ინტერვალებით წარმოიდგინება და ქმნიან ე.წ. დისონანტურ ტანს. ასეთივე დისონანტურ ტანთან აქვს საქმე ალბათობის თეორიას.</u> ცხადი ხდება, რომ მხოლოდ <u>ალბათურ – შესაძლებლობითი ანალიზი განაპირობებს მეტ – ნაკლებად ადექვატურ შედეგების</u> მიღებას* ([12, 23, 48, 102] და სხვ.)*, <u>რაც ფაზი-ანალიზის, ფაზი-სტატისტიკური მეთოდებისა და ფაზი-აგრეგირების თეორიების გამოყენებას მოითხოვს</u>* [2, 16, 21, 22, 28-74, 84, 96] და სხვ. ამიტომაა რომ, *სადისერტაციო თემის კვლევის ობიექტად* შერჩეული იქნა *<u>ალბათურ – შესაძლებლობითი თეორია და აგრეგირების ოპერატორების მზარდი თანამედროვე მიდგომები მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების მიღების პრობლემატიკაში, კონკრეტულად კი სტრატეგიული გადაწყვეტილების მიღების ამოცანებში.</u>*

2. OWA-ს ტიპის აგრეგირების კლასიკური ოპერატორები. მრავალფაქტორული გადაწყვეტილების მიღების მოდელები განუზღვრელ გარემოში

2.1. მრავალკრიტერიუმიანი (მრავალფაქტორული) გადაწყვეტილების მიღების ამოცანა განუზღვრელ გარემოში

განვიხილოთ მრავალკრიტერიუმიანი (მრავალფაქტორული) გადაწყვეტილების მიღების (Ω, D, I, U, K) ინფორმაციული სისტემა [104, 105], სადაც $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ არის სისტემის სარგებელის ტიპის მდგომარეობათა (ატრიბუტები, ფაქტორები, კრიტეირუმები, აქტივობები და ა.შ.) არაცარიელი სიმრავლე; $D = \{d_1, d_2, ..., d_m\}$ არის გადაწყვეტილების მიღების შესაძლო ალტერნატივების არაცარიელი სიმრავლე; I არის არსებული ინფორმაცია სისტემის განუზღვრელი მდგომარეობათა სტრუქტურის (ალბათური, ფაზი და ა.შ.) განაწილების შესახებ (არასრული ინფორმაციის მეორე პოლუსი - განუზღვრელობის ზომა); $K: D \rightarrow R$ წარმოადგენს გადაწყვეტილების მიმღები პირის (გმპ) გადაწყვეტილების მიღების ფუნქციას, რომელიც დაკავშირებულია გარკვეულ ოპტიმალურობის პირობასთან (დომინირებისა (ჩვენს შემთხვევაში) და სხვ.); U – არის $D \times \Omega$ დეკარტულ ნამრავლზე განსაზღვრული ბინარული მიმართება: სარგებლიანობა, ექსპერტული შეფასება და ა.შ. (არასრული ინფორმაციის პირველი პოლუსი - უზუსტობის ზომა), რომელიც ასახავს მოცემულ ალტერნატივისა და ფაქტორის შორის ურთიერთდამოკიდებულებას გმპ-ს უპირეტესობებში სკალარის, ფაზი-სიდიდის და ა.შ. სახით. თუ I აღწერს ალბათურ ან ფაზი-განუზღვრელობას, მაშინ ვამბობთ რომ სისტემა წარმოადგენს გადაწყვეტილების მიღების მრავალფაქტორულ მოდელს განუზღვრელი გარემოსთვის.

შევნიშნოთ რომ ყოველი d_i შესაძლო გადაწყვეტილება (სარგებელის ტიპის ალტერნატივა, თუ ალტერნატივა ფასის ტიპისაა, მაშინ ის უნდა გარდავქმნათ სარგებელის ტიპში) მოდელში წარმოიდგინება $\bar{u}_i$ უპირატესობათა ვექტორის სახით:

$$d_i \leftrightarrow \bar{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, \ldots, u_{in}) \in R^n, \quad u_{ij} = U(d_i, \omega_j), \qquad (i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,\ldots,n)$$

სადაც u_{ij} აღნიშნავს გმპ-ს უპირატესობათა მნიშვნელობას (სარგებელს, ექსპერტულ შეფასებას და ა.შ) ω_j ფაქტორის (ატრიბუტის, აქტივობის და სხვა) შემთხვევაში, თუ გმპ მიიღებდა d_i ალატერნატივას გადაწყვეტილებად. ცხადია, რაც მეტია d_i ალტერნატივის u_{ij} სიდიდეები, იმდენად მნიშვნელოვანია მოცემული ალტერნატივა.

ვიტყვით რომ d_i ალტერნატივა დომინირებს (უკეთესია) d_j ალტერნატივაზე მაშინ და მხოლოდ მაშინ თუ $u_{ik} \geq u_{jk}$, $k = 1,2,...,n$. ცხადია, რაიმე d_{j_0} ალტერნატივა წარმოადგენს *ოპტიმალურ ალტერნატივას* თუ ის დომინირებს ყველა დანარჩენ ალტერნატივებზე. დომინირების ბინარული მიმართება მხოლოდ ნაწილობრივი დალაგების ბინარული მიმართებაა ალტერნატივათა D სიმრავლეზე და რეალურ ამოცანებში ასეთი შემთხვევები ნაკლებად გვხდება და დომინირების აზრით ოპტიმალურ ამონახსენთა სიმრავლე შეიძლება ცარიელი აღმოჩნდეს.

ასეთ შემთხვევაში განიხილავენ პარეტოს აზრით ოპტიმალურ ამონახსნებს. თუ პარეტო ფრონტი დიდი რაოდენობა ამონახსნებისგან შედგება, მაშინ პრობლემა ჩნდება ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღებაში. თუ K დომინირების პირობაა, მაშინ ამ პრობლემის ერთ-ერთი გადაწყვეტაა R^n–ში $\bar{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, ..., u_{in})$ ვექტორების *სრული დალაგების მიმართების აგება,* სადაც სრული დალაგების მიმართება უნდა ითვალისწინებს გმპ-ს დამოკიდებულებას გადაწყვეტილების რისკების მიმართ [104, 105]. ფორმალურად, ეს ამოცანა შეიძლება ასე ჩამოვაყალიბოთ [104, 105]: უნდა მოიძებნოს აგრეგირების $A: R^n \to R^1$ ოპერატორი, რომ d_p ალტერნატივა ჩაითვალოს დომინირებად (უკეთესად) ალტერნატივად, ვიდრე d_q $(d_p \succ d_q)$ ალტერნატივა მაშინ და მხოლოდ მაშინ თუ

$$d_p \succ d_q \Leftrightarrow (u_{p1}, u_{p2}, ..., u_{pn}) \succ (u_{q1}, u_{q2}, ..., u_{qn}) \Leftrightarrow A(\bar{u}_p) > A(\bar{u}_q) .$$

ცხადია, რომ გმპ-ს მოთხოვნების გათვალისწინებით უნდა აიგოს ისეთი A ოპერატორი, რომ შესაბამისი სრული დალაგების $\supseteq$ მიმართებით შერჩეული ოპტიმალური ამონახსნი იყოს პარეტოს ერთ-ერთი ამონახსენი. პარეტოს ამ ამონახსენში გათვალისწინებული უნდა იყოს გმპ-ს გადაწყვეტილების რისკების მიმართ დამოკიდებულებაც.

<u>სადისერტაციო ნაშრომის ძირითად ამოცანას წარმოადგენს მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების აგრეგირების ოპერატორების აგება,</u> რომელიც დაკავშირებულია გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ფუნქციის ფორმირების ამოცანასთან. განვიხილავთ საბაზო აგრეგირების ოპერატორს, სახელწოდებით – ***დალაგებული შეწონილი გასაშუალების*** OWA (Ordered Weighted Averaging) ოპერატორი, რომელიც პირველად წარმოდგენილი იქნა **რ. იაგერის** მიერ [93]. ჩვენ გავაანალიზებთ ამ ოპერატორის პრიორიტეტებს. კონკრეტულად, შეიძლება ითქვას, რომ იგი არის საშუალო წერტილი „და“–ს და „ან“–ს შორის, სადაც „და“ მოითხოვს ყველა კრიტერიუმის დაკმაყოფილებას (პესიმისტური მიდგომა, გადაწყვეტილების რისკების მიმართ პესიმისტური დამოკიდებულება), ხოლო „ან“, სულ მცირე, ერთი კრიტერიუმის დაკმაყოფილებას (ოპტიმისტური მიდგომა, გადაწყვეტილების რისკების მიმართ ოპტიმისტური დამოკიდებულება) [93].

ერთი უკიდურესობა, რომელიც წარმოიშობა გადაწყვეტილების მიღების პროცესში, წარმოადგენს სისტემის სარგებელის ტიპის ყველა მდგომარეობათა (კრიტერიუმის და სხვ.) დაკმაყოფილების სურვილს. მეორე უკიდურესობა არის რომელიმე ერთი მდგომარეობის (კრიტერიუმის და სხვ.) დაკმაყოფილების სურვილი. ეს ორი უკიდურესობა გამოწვეულია „და“ და „ან“ ტიპის აგრეგირების ფუქციების გამოყენებით.

მოცემული პარაგრაფის მიზანს წარმოადგენს OWA-ს ტიპის ოპერატორების წარდგენა, რომლებიც გადაწყვეტილების მიღების პროცესში უზრუნველყოფენ ექსპერტული შეფასებების აგრეგირებას ამ ორ უკიდურესობას შორის - პესიმისტური „და“ და ოპტიმისტური ‘ან“ შორის. უნდა აღინიშნოს, რომ მოცემული ოპერატორი განსხვავდება კლასიკური საშუალო შეწონვის ოპერატორებისგან, რადგან არ ხდება კოეფიციენტების უშუალო ასოცირება კონკრეტულ მახასიათებელთან. ოპერატორების სტრუქტურა მიმართული უნდა იყოს კვანტიფიკატორის მეშვეობით კრიტერიუმების (ფაქტორების) შერწყმაზე. აქედან გამომდინარე, OWA-ს ტიპის

ოპერატორებით გამოყენების მიზანს წარმოადგენს მათი აგრეგირებებით კრიტერიუმთა (ფაქტორთა) „უმეტესობის" დაკმაყოფილება. აქ შევნიშნოთ რომ სადისერტაციო ნაშრომის შემდეგი ნაწილი თავისი შინაარსით დაუახლოვდება [93] და სხვ. შრომებს, სადაც რ. იაგერი განიხილავს ალტრნატიულ მიდგომას აგრეგირების პროცესებთან მიმართებაში.

2.2. საწყისი ინფორმაციის აგრეგირების ამოცანის ფორმულირება გადაწყვეტილების მიღების პროცესში

დავუშვათ რომ $A_1, A_2, \dots, A_n$ წარმოადგენენ კრიტერიუმებს (ფაქტორების) მრავალკრიტერიუმიან გადაწყვეტილების მიღების სისტემაში; x კი რომელიმე შესაძლო გადაწყვეტილებას (ალტერნატივას) წარმოადგენს. თითოეული A_j კრიტერიუმისთვის (ფაქტორითვის) $A_j(x) \in [0,1]$ -თი აღვნიშნოთ შეთანხმებულობის დონე (ხარისხი), რომელითაც x ალტერნატივა აკმაყოფილებს აღნიშნულ კრიტერიუმს (განისაზღვრება ფაქტორით). $J = [0,1]$ გამოყენებული იქნება ერთეულოვანი ინტერვალის აღნიშვნისთვის. აქედან გამომდინარე $A_j(x) \in J$. ზოგაგად, ჩვენს ამოცანაა ავაგოთ გადაწყვეტილების მიღების D ფუნქცია (ოპერატორი), სადაც თითოეული x ალტერნატივისთვის $D(x) \in J$ მიუთითებს ხარისხს, რომელითაც x აკმაყოფილებს გადაწყვეტილების მიმღები პირის მოთხოვნებს ყველა კრიტერიუმთან (ფაქტორთან) მიმართებაში. ანუ ჩვენი მიზანია გარკვეული თვისებების მქონე D ფუნქციის აგება:

$$D(x) = F(A_1(x), A_2(x), \dots, A_n(x)),$$

სადაც F–ფუნქციის სტრუქტურა უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ პირობებს:

1) *F–ფუნქციის მონოტონურობა:* თუ $A_j(x) \geq A_j(y)$ ყველა j–სთვის, მაშინ $D(x) \geq D(y)$.

2) *F–ფუნქციის სიმეტრიულობა:* თუ $a_1, \dots, a_n$ წარმოადგენს რიცხვების ერთობლიობას ერთეულოვანი ინტერვალიდან, მაშინ ნებისმიწერ $a_{i_1}, \dots, a_{i_n}$ გადანაცვლებისთვის:

$$F(a_1, \dots, a_n) = F(a_{i_1}, \dots, a_{i_n}) .$$

აგრეგირების ოპერატორის განმარტებაში ერთ-ერთ მნიშვნელოვან გარემოებას წარმოადგენს ურთიერთდამოკიდებულება იმ კრიტერიუმებს (ფაქტორებს) შორის, რომლებიც ზემოქმედებენ გადაწყვეტილების მიღებაზე. ერთ უკიდურესობას წარმოადგენს სიტუაცია, როდესაც ჩვენ გვინდა რომ ალტერნატივამ დააკმაყოფილოს ყველა კრიტერიუმი. ამ შემთხვევაში x–მა უნდა დააკმაყოფილოს A_1 *და* A_2 *და* A_3 ... *და* A_n . აქედან გამომდინარე, ყველა პირობის დაკმაყოფილების მოთხოვნა გამოიხატება კრიტერიუმთა მნიშვნელობებზე „და" ოპერაციის შესრულების განხორციელებით. მეორე უკიდურესობას წარმოადგენს სიტუაცია, როდესაც ჩვენ გვინდა რომ ალტერნატივამ დააკმაყოფილოს *სულ მცირე კრიტერიუმებიდან ერთ–ერთი.* ამ შემთხვევაში, ჩვენ გვინდა რომ x–მა დააკმაყოფილოს A_1 *ან* A_2 *ან* A_3 ... *ან* A_n . აქედან გამომდინარე, სულ მცირე, ერთი კრიტერიუმის დაკმაყოფილების მოთხოვნა გამოიხატება გადაწყვეტილების ფუნქციის ფორმულირებაში კრიტერიუმთა მნიშვნელობებზე „ან" ოპერაციის განხორციელებით. რიგ შემთხვევებში, ურთიერთდამოკიდებულება კრიტერიუმებს შორის ამ ორი უკიდურესობის,

„ყველას" და „სულ მცირე ერთის" შუალედშია. აქედან გამომდინარე, ჩვენ გვინდა რომ დაკმაყოფილდეს კრიტერიუმების „უმარვლესობა" ან „ბევრი", ან „სულ მცირე ნახევარი", ან „ოთხზე მეტი" და სხვ. კრიტერიუმი. *ჩვენს მიზანს წარმოადგენს ყველა მოცემული ტიპის სიტუაციისთვის ზოგადი ფუნქციის მიღება.*

განვიხილოთ ზოგადი „და" და „ან" ტიპის ოპერატორები. არსებობს ოპერატორების კლასი სახელწოდებით t-ნორმები ([2, 6, 16, 93, 95-97] და სხვ.), რომლებიც უზრუნველყოფენ „ყველა" ტიპის მოთხოვნებს, რომლებიც გააჩნია „და" ოპერატორებს. მათი მსგავსი ოპერატორების კლასი, სახელწოდებით co-t-ნორმები, უზრუნველყოფს ზემოთ აღწერილი „ან" მოქმედების განხორციელებას. მოცემულ ნაწილში ჩვენ ზოგადად გავეცნობით ოპერატორებს და გამოვყოფთ ჩვენს ამოცანასთან დაკავშირებულ მახასიათებლებს.

განმარტება: *T ოპერატორს ეწოდება t-ნორმის ოპერატორი,* თუ

$$T:[0,1]\times[0,1]\to[0,1],$$

სადაც

1) $T(a,b)=T(b,a)$ – "კომუტატიუტობა (სიმეტრიულობა) ",
2) $T(a,b)=T(c,d)$ თუ $a\geq c$ და $b\geq d$; – "მონოტონურობა",
3) $T(a,T(b,c))=T(T(a,b),c)$ – "ასოციაციურობა",
4) $T(1,a)=a$ – "იდემპოტენტობა".

მოვიყვანოთ ოპერატორთა მაგალითები, რომლებიც აკმაყოფილებენ t–ნორმას:

1) $T(a,b)=Min(a,b)$
2) $T(a,b)=a\cdot b$
3) $T(a,b)=1-Min(1,((1-a)^p+(1-b)^p)^{1/p})$, როდესაც $p\geq 1$ [7].

დეტალურად შეისწავლილია t –ნორმის ოპერატორთა ემპირიული თვისებები. უნდა აღინიშნოს, რომ t-ნორმების, როგორც ბინარული ოპერატორები, განსაზღვრის მიუხედავად, შესაძლებელი არის მათი გაფართოება, მათი ასოციაციური თვისებების მეშვეობით, ერთეულოვან ინტერვალში ნებისმიერი რაოდენობის მნიშვნელობების გაერთიანებისთვის. აქედან გამომდინარე, თუ ურთიერთკავშირი კრიტერიუმებს შორის წარმოადგენს „და" -ს ტიპს, მაშინ

$$D(x)=T(A_1(x),A_2(x),\ldots,A_n(x_n)),$$

სადაც T წარმოადგენს t –ნორმის ოპერატორს. შესაბამისი t –ნორმის სწორი შერჩევის საკითხი მოცემულ, კონკრეტულ სიტუაციაში განხილული იქნა ბონისონის და იაგერის მიერ.

t–ნორმის ოპერატორის მნიშვნელოვანი მახასიათებელი მოცემულია შემდეგ მტკიცებულებაში:

მტკიცებულება: *დავუშვათ, რომ T წარმოადგენს t–ნორმის ნებისმიერ ოპერატორს; მაშინ ნებისმიერი a–სა და b–სთვის*

$$T(a,b)\leq Min(a,b)$$

დამტკიცება: ზოგადობის შეუზღუდავად, დავუშვათ რომ $Min(a,b)=b$.

რადგან

$$T(1,b) = b$$

და ყველა a–სთვის, $a \leq 1$; მაშინ

$$T(a,b) \leq T(1,b) \leq b \leq Min(a,b) \ \square$$

ამ მტკიცებულების არსი მდგომარეობს იმაში, რომ t –ნორმა Min წარმოადგენს ამ ოპერატორთა კლასიდან უდიდესს. აღვნიშნოთ, რომ ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $a_1, a_2, ..., a_n$,

$$T(a_1, ..., a_n) \leq Min(a_a, ..., a_n).$$

Min ოპერატორის კიდევ ერთ საინტერესო და უნიკალურ თვისებას წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ იგი არის ერთადერთი t–ნორმის ოპერატორი, რომლისთვისაც ყველა $a \in J$, $T(a,a) = a$.

უნდა აღინიშნოს, რომ t -ნორმების განსაზღვრის პირველი, მეორე და მესამე გარემოებები თავისთავად გვაძლევენ 1) და 2) მოთხოვნების დაკმაყოფილებას, სიმეტრიულობას (ზოგადად კომუტატიურობა) და მონოტონურობას, რაც აუცილებელი მოთხოვნაა აგრეგირების ოპერატორებისთვის. აღვნიშნოთ, რომ პირობიდან - $T(1,a) = a$, ჩანს, რომ ეს არის „და“ ტიპის ოპერატორი, რადგან იგი მოითხოვს t–ნორმის მიერ დაკმაყოფილებულ „ყველას“ ფორმას.

განმარტება: *S ოპერატორი წარმოადგენს co-t-ნორმას,* თუ

$$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

სადაც

1) $S(a,b) = S(b,a)$ – “კომუტატიურობა”,
2) $S(a,b) \geq S(c,d)$, თუ $a \geq c$ და $b \geq d$; – “მონოტონურობა”,
3) $T(a, T(b, c)) = T(T(a,b), c)$; – “ასოციაციურობა”,
4) $T(0, a) = a$; – „სულ მცირე ერთის არსებობა“.

მოვიყვანოთ ოპერატორების მაგალითები, რომლებიც აკმაყოფილებენ co-t–ნორმას:

1) S(a,b)=Max(a,b),
2) S(a,b)=a+b-a×b,
3) $S(a,b) = Min(1, (a^p + b^p)^{1/p})$, $\forall\ p \geq 1$ [7].

აქედან გამომდინარე, თუ ურთიერთდამოკიდებულება კრიტერიუმებს შორის არის სუფთა „ან“ ტიპის, მაშინ

$$D(x) = S(A_1(x), A_2(x), ..., A_n(x)),$$

სადაც S წარმოადგენს *co–t*–ნორმას. მოცემული *co–t*–ნორმის მნიშვნელოვან მახასიათებელს წარმოადგენს შემდეგი

მტკიცებულება: *დავუშვათ რომ, S არის ნებისმიერ co–t–ნორმის ოპერატორი; მაშინ ნებისმიერ a და b–სთვის,*

$$S(a,b) \geq Max(a,b).$$

ამ მტკიცებულების დასკვნას წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ Max უზრუნველყოფს ამ კლასის ოპერატორებიდან უმცირესს. შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $a_1,\ldots,a_n$

$$S(a_1,\ldots,a_n) \geq Max(a_1,\ldots,a_n)\,.$$

აქედან გამომდინარე, მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების მიღებაში, სუფთა „ან" ტიპის გამოყენება იძლევა ერთ კონკრეტულ დაკმაყოფილებას მაინც. ასევე, უნდა აღინიშნოს, რომ Max–ი წარმოადგენს ერთადერთ *co-t*–ნორმას, რომელსაც გააჩნია იდემპოტენტურობის თვისება, ყველა $a \in I$ –სთვის,

$$S(a,a) = a\,.$$

შევნიშნოთ, რომ სწორედ ეს პირობა აქცევს ამ ოპერატორს „ან" ტიპის ოპერატორად, „სულ მცირე ერთი"–ის პირობის მოთხოვნის გამო. პირველი, მე–2-ე და მე–3-ე პირობები მხოლოდ სიმეტრიულობისა და მონოტონურობის პირობებს ქმნიან. ახლა განვიხილოთ *კონკრეტული OWA-ს ტიპის აგრეგირების კლასიკური ოპერატორები.*

2.3. OWA ოპერატორი

ხშირ შემთხვევაში, მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების აგრეგირების ოპერატორის ფორმირებისას, გადაწყვეტილების მიმღებისთვის საჭირო აგრეგირების ტიპი არ წარმოადგენს არც t –ნორმის სუფთა „და" -ს, და არც S ოპერატორის „ან" -ს. სასურველი აგრეგირების ოპერატორის ტიპი ამ ორ უკიდურესობას შორის მდებარეობს. წინამდებარე სექციაში წარმოდგენილი იქნება ოპერატორის ახალი ტიპი, სახელწოდებით *დალაგებული შეწონილი გასაშუალების* (**OWA**) ოპერატორი. ჩვენ განვიხილავთ, მოცემულ აგრეგირების ოპერატორს, რომელიც აგრეგირების პროცესში „და" და „ან" ხარისხების მართვის მარტივ საშუალებას იძლევა. მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე შეიძლება ითქვას, რომ ამ ოპერატორისთვის უფრო შესაბამისი სახელწოდება იქნებოდა „ან/და" ოპერატორი, რადგან იგი მოქმედებს, როგორც ხსენებული ორი ოპერატორის კომბინაცია. წარმოვადგენთ OWA ოპერატორის განმარტებას [93]:

განმარტება: *n განზომილებიანი OWA ოპერატორი არის ასახვა $OWA: R^n \to R$, რომელსაც აქვს შეწონვის ვექტორი $W = (w_1,\ldots,w_n)$, $w_i \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ და განიმარტება შემდეგი ფორმულით:*

$$OWA(a_1, \ldots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j b_j,$$

სადაც b_j არის j–ური უდიდესი ელემენტი $a_1, a_2, \ldots, a_n$. - ერთობლიობაში.

ამ ოპერატორზე განზოგადოებები იხ. [10, 32-44, 58-72, 81-87, 92-97, 100] და სხვ.

2.4. OWG ოპერატორი

OWG ოპერატორი დაფუძნებულია OWA ოპერატორსა და გეომეტრიულ საშუალოზე. აქედან გამომდინარე იგი აერთიანებს OWA ოპერატორისა და გეომეტრიული საშუალოს თვისებებს.

განმარტება: *თუ გვაქვს* $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ *მონაცემების სიმრავლე, მაშინ გეომეტრიული საშუალო განიმარტება შემდეგი ფორმულით:*

$$(\prod_{i=1}^{n} a_i)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

განმარტება: m *განზომილებიან OWG ოპერატორი არის ასახვა* $OWG : R^m \to R$ *, რომელსაც აქვს შეწონვის ვექტორი* $W = (w_1, \dots, w_n)$*,* $w_i \in [0,1]$*,* $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ *და განიმარტება შემდეგი ფორმულით:*

$$OWG(a_1, \dots, a_m) = \prod_{i=1}^{n} c_i^{w_i},$$

სადაც c_i *არის* i*-ური უდიდესი ელემენტი* $a_1, \dots, a_n$ *ერთობლიობაში.*

OWG ოპერატორს აქვს შემდეგი თვისებები:

1. იგი არის „ან-და“ ტიპის ოპერატორებს შორის, ანუ იგი არის მინიმუმსა და მაქსიმუმ არგუმენტებს შორის :

$$Min(a_1, \dots, a_m) \le OWG(a_1, \dots, a_m) \le Max(a_1, \dots, a_m),$$

2. კომუტატიურობა:

$$OWG(a_1, \dots, a_m) = OWG(a_{\pi(1)}, \dots, a_{\pi(m)}), \forall \pi \text{ გადანაცვლებისთვის},$$

3. იდემპოტენტობა:

$$OWG(a_1, \dots, a_m) = a \text{ თუ } a_i = a, \forall i \in \{1, \dots, m\},$$

4. მონოტონურობა:

$$OWG(a_1, \dots, a_m) \ge OWG(d_1, \dots, d_m) \text{ თუ } a_i \ge d_i \forall i,$$

5. ის წარმოადგენს გეომეტრიულ საშუალოს, როდესაც $w_i = \dfrac{1}{m}, \forall i$

$$OWG(a_1, \dots, a_m) = \prod_{k=1}^{n} (c^k)^{\frac{1}{m}} == g(a_1, a_2, .., a_m),$$

6. ის არის მაქსიმუმი, როდესაც $W = [1, 0, \dots, 0]$

$$OWG(a_1, a_2, \dots, a_m) = Max_{i=1}^{k}(a_i),$$

7. ის არის მინიმუმი, როდესაც $W = [0, 0, \dots, 1]$

$$OWG(a_1, a_2, \dots, a_m) = Min_{i=1}^{k}(a_i).$$

2.5. GOWA ოპერატორი

OWA ოპერატორის განვითარების შემდეგი ეტაპია **GOWA** ოპერატორი. მას გააჩნია დამატებითი პარამეტრი, რომლის ხარისხშიც არის აყვანილი არგუმენტების მნიშვნელობები. ფორმულით **GOWA** ასე გამოისახება: იგი არის n განზომილებიანი აგრეგირების ოპერატორი:

$$GOWA(a_1,...,a_n) = (\sum_{i=1}^{n} w_i b_{(i)}^{\lambda})^{1/\lambda} ,$$

სადაც, $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$ არის შეწონვის ვექტორი, რომელიც აკმაყოფილებს ნორმალიზაციის პირობებს: $w_j \in [0,1]$ (j = 1,2,…,n) და $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$; b_j არის j -ური უდიდესი ელემენტი $a_k \in J$ (k = 1,2,..,n) სიმრავლეში; λ არის პარამეტრი, რომელიც მნიშვნელობებს ღებულობს (-∞,0) ან (0, +∞) ინტერვალებში.

GOWA ოპერატორი წარმოადგენს **OWA** ოპერატორისა და განზოგადებული საშუალო ოპერატორის კომბინაცია, რაც რ. იაგერმაც დაადასტურა [84]. **GOWA** ოპერატორი არის კომუტატიური, იდემპოტენტური, შემოსაზღვრული და მონოტონური. არსებობს სხვა თვისებებიც, რომლებიც GOWA ოპერატორს გააჩნია და რომლებიც რ. იაგერის მიერაა დამტკიცებული. ესენია:

1. $GOWA(a_1, a_2, ..., a_n) = b_n = Min\{a_j \mid j = 1,2,...,n\}$ თუ $\lambda \to -\infty$ და ყველა წონითი მნიშვნელობა მიისწრაფის Min ოპერატორისკენ. თუმცა აუცილებელია ყურადღება მივაქციოთ იმ ფაქტს, რომ თუ $\lambda \to -\infty$, მაგრამ წონითი ვექტორი w ისეთია, რომ $w_j = 1 (j = 2,3,...,n)$ მაშინ $GOWA(a_1, a_2, ..., a_n) = b_1 = Max\{a_j \mid j = 1,2,...,n\}$.
2. $GOWA(a_1, a_2, ..., a_n) = b_1 = Max\{a_j \mid j = 1,2,...,n\}$ თუ $\lambda \to +\infty$ და ყველა წონისთვის სრულდება პირობა $w \neq 0 (j = 1,2,...,n)$. ჩვეულებრივ შემთხვევაში GOWA ოპერატორის მნიშვნელობა მიისწრაფის Max ოპერატორისკენ. თუნმცა აუცილებელია ყურადღება მივაქციოთ იმ ფაქტს, რომ თუ $\lambda \to +\infty$, მაგრამ წონითი ვექტორი w ისეთია, რომ $w_j = 1 (j = 2,3,...,n)$ მაშინ $GOWA(a_1, a_2, ..., a_n) = b_1 = Min\{a_j \mid j = 1,2,...,n\}$.

2.6. IOWA ოპერატორი

იაგერმა და ფილევმა [91] წარმოადგინა **OWA** -ს ახალი ტიპის ოპერატორი, რომელსაც უწოდეს *ინდუცირებული დალაგებული შეწონილი გასაშუალების* - **IOWA** ოპერატორი.

განმარტება: *n განზონილებიან IOWA ოპერატორს აქვს შემდეგი სახე: $IOWA: (\mathbb{R} \times \mathbb{R})^n \to \mathbb{R}$ რომლისთვისაც ასოცირებული წონების სიმრავლეა $W = (w_1, \dots, w_n)$, $w_i \in [0,1]$, $\sum_i w_i = 1$, და $U = (u_1, \dots, u_n)$ ინდუცირების ვექტორი. იგი განიმარტება შემდეგი ფორმულით:*

$$IOWA(\langle u_1, p_1 \rangle, \dots, \langle u_n, p_n \rangle) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot p_{\sigma(i)} ,$$

სადაც $\delta: \{1, \dots, n\} \to \{1, \dots, n\}$ თითოეული გადანაცვლებისთვის სრულდება შემდეგი პირობა: $u_{\sigma(i)} \geq u_{\sigma(i+1)}$, $\forall_i = 1, \dots, n-1$ ე.ი. $\langle u_{\sigma(i)}, p_{\sigma(i)} \rangle$ ეს არის წყვილი, რომელშიც $u_{\sigma(i)}$ ყოველი i-სთვის არის i-ური უდიდესი მნიშვნელობა $\{u_1, \dots, u_n\}$ სიმრავლეში; $\{p_1, \dots, p_n\}$ სიმრავლე არის დაზუსტებების აღწერა, რომელიც კავშირშია $\{u_1, \dots, u_n\}$ მნიშვნელობების სიმრავლესთან. ამ ყველაფერს ფილევმა და იაგერმა უწოდეს დალაგებული დაზუსტებული არგუმენტები $\{p_1, \dots, p_n\}$, რომელიც ასევე წარმოადგენს ძირითადი განსხვავებას OWA-სა და IOWA-ს შორის.

IOWA ოპერატორის თვისებები:

1. კომუტატიურობა:

$$IOWA(\langle u_{\sigma 1}(1), p_{\delta 1}(1) \rangle, \dots, \langle u_{\delta 1}(n), p_{\delta 1}(n) \rangle) = IOWA(\langle u_1, p_1 \rangle, \dots, \langle u_n, p_n \rangle),$$

2. ის არის „ან-და“ ოპერატორებს შორის, ე.ი. ის არის მაქსიმუმსა და მინიმუმს შორის:

$$Min_i\{p_i\} \leq IOWA(\langle u_1, p_1 \rangle, \dots, \langle u_n, p_n \rangle) \leq Max_i\{p_i\},$$

3. ის არის იდემპოტენტური, როცა:

$$IOWA(\langle u_1, p_1 \rangle), \dots, \langle u_n, p_n \rangle) = p,$$

4. ის არის ზრდადი მონოტონური, როცა დალაგებული ინდუცირებული მნიშვნელობები არის უცვლელი:

$$IOWA(\langle u_1, p_1 \rangle, \dots, \langle u_n, p_n \rangle) \leq IOWA(\langle u_1, q_1 \rangle, \dots, \langle u_n, q_n \rangle) \text{ თუ } p_i \leq q_i \ \forall i,$$

5. IOWA ოპერატორის მნიშვნელობა არ აღემატება საშუალოს ან მათემატიკური მოლოდინის მნიშვნელობებს, როცა: $w_i = \frac{1}{n}, \forall i.$

6. თუ $W^* = (1, \dots, 0, 0)$, მაშინ IOWA ოპერატორი მიიყვანება მაქსიმუმის ოპერატორამდე:

$$IOWA(\langle f(p_1), p_1 \rangle, \dots, \langle f(p_n), p_n \rangle = \max_i\{p_i\},$$

7. თუ $w_* = (0, \dots, ., 1)$, მაშინ IOWA მიიყვანება მინიმუმის ოპერატორამდე:

$$IOWA(\langle f(p_1), p_1 \rangle, \dots, \langle f(p_n), p_n \rangle = \min_i\{p_i\}.$$

2.7. IGOWA ოპერატორი

იაგერმა და ფილევმა [91] წარმოგვიდგინა ახალი - IGOWA ოპერატორი, რომელიც არის OWA ოპერატორის განზოგადოება და რომელიც შემდეგნაირად განიმარტება:

განმარტება: *n განზომილებიან IGOWA ოპერატორი არის ასახვა* $IGOWA: R^n \times R^n \to R$, *რომელსაც აქვს შეწონვის ვექტორი W, პირობით:* $w_j \in [0,1]$ *და* $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$, *და რომელიც განიმარტება ფორმულით:*

$$IGOWA(\langle u_1, a_1 \rangle, \dots, \langle u_n, a_n \rangle) = \left(\sum_{j=1}^{n} w_j b_j^{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}},$$

სადაც b_j არის a_i-ის IGOWA-ს $\langle u_i, a_i \rangle$ წყვილის მნიშვნელობა, რომელშიც არის j -ური უდიდესი მნიშვნელობა u_i სიდიდეებს შორის; u_i არის დალაგების ინდუცირებული ცვლადი, a_i არის ცვლადი არგუმენტი და λ არის პარამეტრი, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $\lambda \in (-\infty, \infty)$ (გარდა $\lambda = 0$).

2.8. IOWG ოპერატორი

დაუშვათ, რომ ჩვენ გვინდა დალაგებული $\{\langle u_1, a_1\rangle, \ldots, \langle u_n, a_n\rangle\}$ სიმრავლის აგრეგირება, სადაც $\{u_1, \ldots, u_n\}$ დალაგების შეწონილი მნიშვნელობებია და ასოცირდება არგუმენტის სიმრავლის მნიშვნელობებთან $\{a_1, \ldots, a_n\}$, და რომელიც მოგვცემს დადებით რაციონალურ შეფასებას. **IOWG** ოპერატორის განმარტება ასეთია:

განმარტება: *n განზომილებიან **IOWG** ოპერატორი არის ასახვა $IOWG\colon (\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+)^n \to \mathbb{R}^+$, სადაც $W = (w_1, \ldots, w_n)$ - შეწონვის ვექტორია, პირობით $w_i \in [0,1]$ და $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ და იგი დალაგებული წყვილი არგუმენტების სიმრავლეზე - $\{\langle u_1, a_1\rangle, \ldots, \langle u_n, a_n\rangle\}$ განიმარტება ფორმულით:*

$$IOWG(\langle u_1, a_1\rangle, \ldots, \langle u_n, a_n\rangle) = \prod_{i=1}^{n} \left(a_{\sigma(i)}\right)^{w_i}.$$

აქედან გამომდინარეობს $\sigma\colon \{1, \ldots n\} \to \{1, \ldots, n\}$ გადანაცვლებისთვის სრულდება პირობა $u_{\sigma(i)} \geq u_{\sigma(i+1)}, \forall\, i = 1, \ldots, n-1$, ე.ი $\langle u_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}\rangle$ ისეთი წყვილის დალაგებაა, რომლისთვისაც $u_{\sigma(i)}$ არის უდიდესი მინშვნელობა $\{u_1, \ldots, u_n\}$ სიმრავლეში.

2.9. POWA ოპერატორი

<u>*ალბათური დალაგებული შეწონილი გასაშუალების*</u> (**POWA**) [33, 43] ოპერატორი არის **OWA** ოპერატორის გავრცობა. **POWA** ოპერატორის გამოყენება მოსახერხებელია ისეთ შემთხვევაში, როდესაც ჩვენ გვაქვს ალბათური ინფორმაცია (განაწილება) ფაქტორებზე შესაძლო ალტერნატივებთან მიმართებაში. ეს აგრეგირება წარმოადგენს **OWA** ოპერატორისა და ალბათური საშუალოს შეწონილ ჯამს [33]:

განმარტება: *$POWA$ ოპერატორი არის ასახვა $POWA : R^n \to R$, რომელსაც აქვს შეწონვის ვექტორი W ნორმირების პირობით $w_j \in [0,1]$ და $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ და გამოითვლება ფორმულით:*

$$POWA(a_1, \ldots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} \hat{v}_j b_j \,,$$

სადაც b_j არის j–ური უდიდესი ელემენტი $\{a_i\}$ ერთობლიობაში, ხოლო $\hat{v} = \beta w_j + (1-\beta) v_j$, სადაც $\beta \in [0,1]$ შეწონვის პარამეტრი და v_j არის b_j არგუმენტის ალბათობა, $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$, $v_i \in [0,1]$.

შესაძლებელია POWA ოპერატორის ფორმულირება დაიყოს ისეთ ორ ნაწილად, სადაც OWA ოპერატორი და ალბათური საშუალო შეწონილ გავლენას ახდენენ განმარტების ფორმულაში:

განმარტება: *$POWA$ ოპერატორი არის ასახვა $POWA\colon R^n \to R$, რომელსაც აქვს შეწონვის ვექტორი W, ნორმირების პირობით $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$, $w_j \in [0,1]$ და გამოითვლება ფორმულით:*

$$POWA(a_1, \ldots, a_n) = \beta \sum_{j=1}^{n} w_j b_j + (1-\beta) \sum_{i=1}^{n} v_i a_i,$$

სადაც b_j არის j-ური უდიდესი ელემენტი a_i ერთობლიობაში; $\beta \in [0,1]$ შეწონვის პარამეტრია, ხოლო v_j კი a_j არგუმენტის ალბათობაა.

2.10. AsPOWA ოპერატორი

როგორც ზემოთ წარმოვადგინეთ, OWA ოპერატორის ალბათური განზოგადოების ერთი ვარიანტია POWA ოპერატორი (ჯ. მ. მერიგო (José M. Merigó) [33]), სადაც გარდა ფაქტორების (კრიტერიუმების) ობიექტური წონებისა ასევე არსებობს მათი განხორციელების ალბათობები. ფაქტიურად, POWA არის OWA -სა და ალბათური საშუალოს შეწონილი ჯამი, რომელიც შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$POWA(a_1, \dots, a_n) = \beta \sum_{j=1}^{n} w_j b_j + (1-\beta) \sum_{i=1}^{n} v_i a_i,$$

სადაც $\beta \in [0,1]$ შეწონვის პარამეტრი. *<u>ხშირად პრაქტიკულ ამოცანებში ფაქტორებზე ალბათური განაწილება არ არის ცნობილი. ეს მაშინ ხდება როდესაც ახალი ამოცანები იგეგმება. განსაკუთრებით ეს სტრატეგიულ მენეჯმენტში გვხდება, სადაც აუცილებელია ფაქტორების განხორციელების ხარისხები იყოს შეფასებული.</u>* რადგან წინა ცდისეული მონაცემები ფაქტიურად არ არსებობს, **საქმე გვაქვს არა ალბათურ ექსპერიმენტთან, არამედ შესაძლებლობით ექსპერიმენტთან** [11]. [33]-ში გამოიყენება ისეთი მიდგომა, როდესაც ფაქტორებს სუბიექტური ალბათობები მიეწერება ექსპერტების მიერ. სწორედ ასეთი ამოცანებია განხილული მერიგოს კვლევებში ([33, 43] და სხვ.) POWA ოპერატორის გამოყენებებზე. აღწერილია მაგალითი, სადაც აგრეგირების არგუმენტებს პირდაპირ ანიჭებენ სუბიექტურ ალბათობებს. როგორც სუბიექტური განუზღვრელობის წამყვანი მკვლევარები R. R. Yager, R. Fuller, G. Klir, G. Sirbiladze და სხვა ადასტურებენ, უფრო *ბუნებრივი თუ სუბიექტურ ალბათობათა ნაცვლად გამოყენებული იქნება ფაქტორების განხორციელების შესაძლებობითი ხარისხები,* რომელიც ექსპერტული შეფასებებიდან უნდა იქნეს მიღებული. პირველად, ***შესაძლებლობის ანალიზი ფაზი-სიმრავლეების ბაზაზე, წარმოადგინა ლ. ა. ზადემ*** (L. A. Zadeh), ხოლო შემდეგი განვითარება პოვა დ. დუბუასა და ჰ. პრადეს შრომაში [12]. დღეს მისი გამოყენება ექსპერტულ-ინფორმაციულ ანალიზში დიდი ადგილი *<u>უკავია. შესაძლებლობის თეორია ალბათობათა თეორიის ალტერნატივაა, როდესაც ინფორმაციის წყარო ექსპერტის ცოდნაა.</u>* შესაძლებლობითი განაწილება წარმოშობს შესაძლებლობის ზომას - Pos(A), რომელიც განიმარტება $\pi: S \rightarrow [0,1]$ შესაძლებლობითი განაწილებით: $Pos(A) = \max_{s \in A} \pi(s)$ [12]. განვმარტოთ S_m - როგორც ყველა გადანაცვლების სიმრავლე $\{1,2,\dots,m\}$ ინდექსების სიმრავლისთვის და ასევე $\{P_\sigma\}_{\sigma e S_m}$, როგორც Pos - შესაძლებლობითი ზომის ასოცირებული ალბათობების კლასი [5, 48]. არსებობს კავშირი (π_i) და $\{P_\sigma\}_{\sigma e S_m} : \forall \sigma \in S_m$ შორის:

$$P_\sigma\left(s_{\sigma(i)}\right) = \max_{\mathrm{v}=1,\mathrm{i}} \pi\left(s_{\sigma(v)}\right) - \max_{\mathrm{v}=1,\mathrm{i}-1} \pi\left(s_{\sigma(v)}\right).$$

ყველი გადანაცვლების გათვალისწინებით, $\sigma = \left(\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(m)\right) \in S_m$, $\{P_\sigma\}_{\sigma e S_m}$ - ასოცირებული ალბათობების კლასია. შემოგვაქვს POWA ოპერატორის გავრცობა $AsPOWA$, როდესაც POWA-ს განმარტებაში ალბათური განაწილება შეცვლილია შესაძლებლობითი განაწილებით. ე.ი. ალბათური განუზღვრელობას ცვლის შესაძლებლობითი განუზღვრელობა. დაწვრილებით ახალ გავრცობებზე იხ. შემდეგ თავში.

ვთქვათ, მოცემულია რაიმე დეტერმინისტური გასაშუალების აგრეგირების ფუნქცია, $M: R^k \Rightarrow R \; (k = m!)$ (იდემპოტენტობის, სიმეტრიის, მონოტონურობისა და შემოსაზღვრულობის თვისებებით ([1, 2, 16, 93] და სხვ.). ახალ აგრეგირებებში მას *აგრეგირების გენერატორი* ვუწოდეთ.

განმარტება [67, 70]: *ასოცირებული (შესაძლებლობითი) POWA ოპერატორი - AsPOWA არის ასახვა* $AsPOWA: R^n \Rightarrow R$

$$AsFPOWA(a_1, a_2, \dots, a_m) = \beta \sum_{j=1}^{m} w_j b_j + (1-\beta) M\left(E_{p_{\sigma 1}}(a), E_{p_{\sigma 2}}(a), \dots, E_{p_{\sigma k}}(a)\right),$$

სადაც W *შეწონვის ვექტორია* - $w_j \in (0,1)$ *და* $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$ *;* $Pos: 2^S \Rightarrow [0,1]$ *შესაძლებლობის ზომაა;* b_j *არის* j*- ური უდიდესი ელემენტი* $\{a_i\}, i = 1, \dots, m$ *ერთობლიობაში; სადაც* $\beta \in [0,1]$ *შეწონვის პარამეტრია;* $E_{p_{\sigma_i}}(a)$ *შეფასებათა* a *- სიდიდის მათემატიკური მოლოდინია, გამოთვლილი* P_{σ_i} *ასოცირებული ალბათური განაწილების მიმართ.*

შემდეგ თავებში განვიხილავთ AsPOWA ოპერატორის განზოგადოებას - AsFPOWA, როდესაც არგუმენტები წარმოდგენილია ფაზი-სამკუთხა რიცხვებში, ასევე M აგრეგირების გენერატორის კონკრეტულ სახეებს: AsPOWAmin და AsFPOWAmin, თუ M = min; AsPOWAmax და AsFPOWAmax, თუ M = max; AsPOWAmean და AsFPOWAmean, თუ M = Mean.

2.11. დასკვნა

დისერტაციის მიმდინარე თავში მიმოხილულია აგრეგირების OWA-ს ტიპის ოპერატორები, რომლებმაც შეიძლება გადაწყვეტილების მიღების ინტელექტუალური სისტემის საფუძვლები შექმნან მათი სტრატეგიულ მენეჯმენტში გამოყენების მიზნით. წარმოდგენილია საექსპერტო ცოდნაზე დაფუძნებული აგრეგირების OWA-ს ტიპის შესაძლებლობითი გავრცობა - ASPOWA ოპერატორი [67,70]. იგი შემდეგ თავში ჩვენი კვლევის მთავარი ობიექტი იქნება. ოპერატორები უზრუნველყოფენ მრავალექსპერტულ და მრავალკრიტერიუმიან გარემოში განუზღვრელი ალტერნატივების საუკეთესოდან უარესისკენ რანჟირებას და გადაწყეტილების რისკების შემცირებას. ამ თავში ძირითადად განხილული იყო OWA-ს ტიპის ოპერატორები - OWA, OWG, GOWA, IOWA, IGOWA, IOWG, POWA, AsPOWA. ეს ოპერატორები შესწავლილია რ. იაგერის, მ. მერიგოს, გ.სირბილაძის და სხვათა ნაშრომებში.

3. ფაზი-ზომის ასოცირებული ალბათობები OWA -ს ტიპის ფაზი-ალბათური გასაშუალების აგრეგირების ოპერატორებში

3.1. შესავალი

ოპტიმიზაცია და გადაწყვეტილების მიღება ტრადიციულად უმნიშვნელოვანესი ამოცანებია დეტერმინისტულ თუ ალბათურ-სტატისტიკურ მიახლოებებში, როდესაც ვიკვლევთ რთული ობიექტის ქცევას, ევოლუციას თუ მის სტატიკურ-ფაზურ მდგომარეობას. რთულ სისტემებზე მუშაობისას, კლასიკური მიდგომების პარალელურად, მოდელირებისა და სიმულაციის ამოცანებში ხშირად ვუშვებთ არამკაფიობას (fuzziness) ([3, 6, 17, 19-39, 47-55, 83-100] და სხვ.). ყოველივე ეს დაკავშირებულია ობიექტის შესწავლის დეტალიზაციის მაღალ სირთულესთან ან ობიექტზე მონაცემების არასაკმარისობასთან. ცნობილია რომ ამ შემთხვევაში, პრობლემის დასაძლევად ექსპერტი და მისი ცოდნა მოდელების აგების ერთადერთი წყაროს წარმოადგენს. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ამ დროს სისტემური კვლევა და რთული ობიექტების სტრუქტურირება ფაზი-მოდელირების ინსტრუმენტებით გარკვეულ გამოსავალს წარმოადგენს ([3, 12, 24-26, 48-50, 53, 83, 85, 88, 89] და სხვ.).

განუზღვრელ გარემოში გადაწყვეტილების მიღების ამოცანა უკავშირდება მრავალკრიტერიუმიან, მრავალექსპერტულ და მრავალალტერნატიულ გადაწყვეტილების მიღების მოდელებს. განუზღვრელობის ქვეშ გადაწყვეტილების მიღების ამოცანები (problems od Decision Making Under Uncertainty (DMUU) [85]) შესწავლილი იქნა ბევრი ცნობილი მკვლევარის მიერ ([1-4, 6, 10, 12, 19-22, 29-44, 34, 36, 38, 40, 42, 47, 55, 78-97, 100] და სხვ.). აქედან გამომდინარე, სადისრეტაციო ნაშრომში ჩვენი ფოკუსი მიმართულია ფაზი-ალბათური განუზღვრელობის გარემოში OWA -ს ტიპის აგრეგირების ოპერატორების გავრცობების აგებისკენ და მათი თვისებების შესწავლისკენ.

ამ თავის მეორე პარაგრაფში წარმოდგენილია ზოგიერთი გაცნობითი მასალა OWA -ს ტიპის აგრეგირების ოპერატორების შესახებ. ასევე წარმოდგენილია OWA -ს ალბათური ფორმების- POWA და FPOWA ასოცირებული გავრცობები. ეს უკანასკნელი ითვალისწინებს ფაზი-სამკუთხა რიცხვებზე OWA -ს ალბათურ განზოგადოებას. წრმოდგენილია ფაზი-სამკუთხა რიცხვების ალგებრის ელემენტები. აქვე ვნახავთ ფაზი-ზომის განმარტებას და ასოცირებული ზომების წარმოდგენებს სხვადასხვა ფაზი-ზომებისთვის. ამ პარაგრაფში განვმარტავთ შოკეს ინტეგრალს [7] და მის კავშირს ფაზი-ზომის ასოცირებულ ალბათობებთან [5].

ამ თავის მესამე ნაწილში წარმოდგენილია POWA და FPOWA ოპერატორების ავტორისეული ახალი გავრცობები - AsPOWA და AsFPOWA [57-71]. აქვე განმარტებულია მათი ინფორმაციული ზომები - *Orness, Entropy, Divergence და Balance*. **ეს შრომები წარმოადგენს სადისერტაციო ნაშრომის პროექტის ძირითად კვლევებს, რომლებიც დისერტანტის მონაწილეობით შეიქმნა.**
ამ თავის შემდეგ ნაწილში ვიხილავთ ახალი ოპერატორების გამოყენების მაგალითს. მაგალითი შერჩეულია ჯ.მ. მერიგოს ნაშრომიდან [33]. ამოცანა ეხება ქვეყნის ფისკალურ ფინანსურ მენეჯმენტს, მის შესაძლო გადაწყვეტილებებსა და ალტერნატივებს რთულ ფაქტორულ გარემოში. ექსპერტული შეფასებები წარმოდგენილია ფაზი-სამკუთხა რიცხვებში. მაგალითში გამოვიყენეთ

ახალი აგრეგირებების ისეთი ვარიანტები, როგორიცაა:– AsFPOWAmin, AsFPOWAmean და AsFPOWAmax. ალტერნეტივების რანჟირებამ მოგვცა გადაწყვეტილების მიღების ოპტიმალური შერჩევის გარემო.

3.2. წინასწარი ცნებები

3.2.1. OWA ოპერატორისა და მისი ზოგიერთი გავრცობის შესახებ

დავუშვათ რომ, $D=\{d_1,d_2,...,d_n\}$ არის განუზღვრელი ალტერნატივების სიმრავლე, რომელთაგან ჩვენ უნდა ავარჩიოთ ერთი საუკეთესო ან რამდენიმე რანჟირებული ალტერნატივა. არჩევანს განსაზღვრავს გადაწყვეტილების მიმღები პირის მოთხოვნების გათვლისწინებით შექმნილი რაიმე უპირატესობის მიმართება და მისი მნიშვნელობები. ამ მიმართებას ქმნის ცვლადი, რომელიც ასოცირდება ფაქტორებთან, აქტივობებთან, სიმპტომებთან, კრიტერიუმებთან და სხვ. ისინი განსაზღვრავენ გადაწყვეტილების მიღების პროცესს. ჩვეულებრივ ამ ცვლადს *სისტემის მდგომარეობა* ეწოდება, რომელიც რეალურად ასახავს შეფასებებს, მოგებებს, სარგებლიანობებს, რანგობრივ შეფასებებს და გადაწყვეტილების მიღების სხვა უპირეტესობებსა თუ სუბიექტურ აქტივობებს. დავუშვათ რომ ეს ცვლადი მნიშვნელობებს იღებს რაიმე $S=\{s_1,s_2,...,s_m\}$ სიმრავლიდან. როგორც წესი გადაწყვეტილების მიღების მოდელში გადაწყვეტილების მიმღებმა პირმა იცის რომ თუ ის არჩევანს გააკეთებს d_i ალტერნატივაზე, როდესაც სისტემის მდომარეობაა s_j მნიშვნელობა, მაშინ მისი ფასი (შეფასება, სარგებელი, რანგი და სხვ.) უტოლდება რიმე a_{ij} სიდიდეს [85]. გადაწყვეტილების მიღების ობიექტია „საუკეთესო" ალტერნატივის შერჩევა სუკეთესო ფასით (შეფასებით, სარგებელით და ა.შ.) მაგრამ DMUU [85] მოდელებში ოპტიმალური ალტერნატივის შერჩევის პროცედურა გართულებულია. ყოველი ალტერნატივა შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც შესაძლო სარგებლიანობის (ექსპერტული შეფასებების და სხვ.) სტრიქონი ვექტორი. ასე რომ ალტერნატივების შედარება ნიშნავს ვექტორების შედარებას. დავუშვათ რომ d_i და d_k ისეთი ორი ალტერნატივაა, რომელთათვისაც ნებისმიერი $j, j=1,2,....,m;$ $a_{ij} \ge a_{kj}$ (ცხრილი 1). ამ შემთხვევაში ვიტყვით რომ d_i ალტერნატივა დომინირებს d_k ალტერნატივაზე (d_i არაა უარესი ალტერნატივა ვიდრე d_k): $(d_i \succeq d_k)$. თუ არსებობს ერთი ალტერნატივა, რომელიც დომინირებს ყველა დანარჩენ ალტერნატივებზე, მაშინ *პარეტო ოპტიმალურიც იქნება.*

ცხრილი 1. გადაწყვეტილების მატრიცა

$D \backslash S$	s_1	s_2	$\dots$	s_k	$\dots$	s_m
d_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1k}	$\dots$	a_{1m}
d_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2k}	$\dots$	a_{2m}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
d_i	a_{i1}	a_{i2}	$\dots$	a_{ik}	$\dots$	a_{im}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
d_n	a_{n1}	a_{n2}	$\dots$	a_{nk}	$\dots$	a_{nm}

ზოგად შემთხვევაში რა თქმა უნდა ალტერნატივების სრული დალაგება არ იარსებებს და ამ ამოცანის გადასაწყვეტად, ანუ ალტერნატივების (ფასების, სარაგებლიანობების და ა.შ.) ვექტორების შესადარებლად, აგებენ შეფასების ფუნქციას, ზოგადად *აგრეგირების ოპერატორს* F, რომელიც m არგუმენტიან კოლექციას გადასახავს რაიმე სკალარულ სიდიდეში:

$$F : R^m \Rightarrow R^1.$$

ამ ფუნქციას ვიყენებთ ყოველი ალტერნატივისთვის და ოპტიმალურად ვირჩევთ იმ ალტერნატივას, რომელსაც გააჩნია *უდიდესი სკალარული მნიშვნელობა.* ცხადია ზოგადად ოპტიმალური, დომიმინირებადი ალტერნატივა შეიძლება არ იყოს ერთადერთი. პრობლემის გადაწყვეტა სწორედ აგრეგირების F ოპერატორის აგებაშია. აგება ითვალისწინებს ორ ასპექტს: 1. იგი უნდა აკმაყოფილებდეს ბუნებრივ, ობიექტურ თვისებებს (მონოტონურიბა, სიმეტრიულობა დ ა.შ.); 2. აგება უნდა ითვალისწინებდეს გადაწყვეტილების მიმღები პირის სუბიექტურ უპირატესობებს და გადაწყვეტილების მიღების რისკების მიმართ მის დამოკიდებულებას (ამ საკითხს დისერტაციის ფარგლებში არ ვეხებით).

აგრეგირების F ოპერატორის ძირითადი თვისებებია [85]:

3) (მონოტონურობა): თუ $a_{ij} \ge a_{kj}$, $j = 1, 2, \dots, m$, მაშინ

$$F(a_{i1}, a_{i2}, , \dots, a_{im}) \ge F(a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{km}). \tag{1}$$

4) შემოსაზღვრულობა. $\forall i = 1, 2, \dots, n$

$$\min_{j=1,m}\{a_{ij}\} \le F(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}) \le \max_{j=1,m}\{a_{ij}\}. \tag{2}$$

3) იდემპოტენტობა. თუ $a_{ij} \equiv a_i$ ყოველი j -სთვის, მაშინ (2)-დან ვღებულობთ:

$$\min_{j=1,m}\{a_{ij}\} = \max_{j=1,m}\{a_{ij}\} \text{ და } F(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}) = a_i.$$

4) სიმეტრიულობა (კომუტატიურობა).

$$F(a_{i1},a_{i2},....,a_{im}) = F(Permutation(a_{i1},a_{i2},....,a_{im})), \qquad (3)$$

სადაც $Permutation(\cdot)$ აღნიშნავს $\{a_{i1},a_{i2},....,a_{im}\}$ სიმრავლის რაიმე გადანაცვლებას.
აგრეგირების ფუნქცია, რომელიც აკმაყოფილებს ამ ოთხ თვისებას, *აგრეგირების გასაშუალების ოპერატორი* ეწოდება [85].

აქ მხოლოდ შევნიშნავთ, რომ ოპერატორის აგების მეორე ასპექტი (აგება უნდა ითვალისწინებდეს გადაწყვეტილების მიმღები პირის სუბიექტურ უპირატესობებს და გადაწყვეტილების მიღების რისკების მიმართ მის დამოკიდებულებას) განისაზღვრება გარკვეულ წილად აგრეგირების ოპერატორების ინფორმაციული ზომების შესწავლით ([1, 2, 4, 16, 17, 19, 20, 32-29, 47, 50, 52-54, 79-97] და სხვ.).

მაგალითისთვის ვიტყვით: $F(a_1,a_2,....,a_m) = \underset{i=1,m}{Min}\{a_i\}$ მინიმუმი, $F(a_1,a_2,....,a_m) = \underset{i=1,m}{Max}\{a_i\}$ მაქსიმუმი და $Mean(a_1,a_2,....,a_m) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} a_i$ საშუალო არითმეტიკული - გასაშუალების ოპერატორებია. რ. რ. იაგერმა [93] წარმოადგინა გასაშუალების ოპერატორთა კლასი, სახელწოდებით - დალაგებული შეწონილი აგრეგირების (Ordered Weighed Averaging (OWA)) ოპერატორი.

განმარტება 1[93]: *m განზომილების OWA ოპერატორი ეწოდება ასახვას $OWA: R^m \Rightarrow R^1$, m განზომილების W შეწონვის ვექტორით, $w_j \in [0;1]$ და $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$, ისეთი, რომ*

$$OWA(a_1,....,a_m) = \sum_{j=1}^{m} w_j b_j \, , \qquad (4)$$

სადაც b_j - j-ური უდიდესი სიდიდეა $\{a_i\}$, $i = 1,2,...,m$ სიდიდეებს შორის.

შევნიშნოთ რომ, OWA - ს გავრცობები შესწავლილია ბევრ ნაშრომში ([1, 4, 32-44, 79, 81-86, 92, 93, 96, 97, 100] და სხვ.). აქ ვიტყვით რომ, OWA-ს ოპერატორები ფართოდ გამოიყენება DMUU - მოდელებში. ასევე დავამატებთ რომ პარალელურად, DMUU-მოდელებში ფართოდ გამოიყენება ცნობილი ოპერატორები - შოკეს ინტეგრალით აგრეგირებები ([5, 7, 29, 50, 53, 85, 87, 88, 93] და სხვ.), სუჯენოს ინტეგრალით აგრეგირებები ([18, 21, 30, 31, 48, 54, 78] და სხვ.) და სხვა გასაშუალების ცნობილი აგრეგირებები ([2,16,97,100] და სხვ.).

ახლა გადავდივართ ფაზი-სიმრავლეების ცნობილი კლასის - სამკუთხა ფაზი-რიცხვების აღრიცხვაზე. ფაზი-რიცხვები (fuzzy numbers (FN)) შესაწავლილია მრავალი ცნობილი ავტორის მიერ ([12, 23] და სხვ.):

განმატება 2 [23]: $\tilde{a}(t): R^1 \to [0;1]$ *ასახვას ეწოდება ფაზი-რიცხვი (FN) თუ ის ინტერვალური რიცხვის შემდეგი გავრცობაა:*

$$\tilde{a}(t)=\begin{cases}1 & ,\ t\in[a_2';a_2''] \\ \dfrac{t-a_1}{a_2'-a_1} & ,\ t\in[a_1,a_2'] \\ \dfrac{a_3-t}{a_3-a_2''} & ,t\in[a_2'',a_3] \\ 0 & ,t\notin[a_1,a_3],\end{cases} \quad , \tag{5}$$

სადაც $a_1\le a_2'\le a_2''\le a_3\in R^1$.

აქ მიმოვიხილავთ ე.წ. სამკუთხა ფაზი-რიცხვებს (TFN) და მათზე განმარტებულ არითმეტიკულ ოპერაციებს [23]. ვთქვათ (5) -ში $a_2'=a_2''$. მაშინ სამკუთხა ფაზი-რიცხვს ფორმალურად წარმოვიდგენთ სამეულის სახით: $\tilde{a}=(a_1,a_2,a_3)$. ვთქვათ $\tilde{a}$ და $\tilde{b}$ ორი TFN -ია: $\tilde{a}=(a_1,a_2,a_3)$ და $\tilde{b}=(b_1,b_2,b_3)$. მაშინ გვაქვს:

1: $\tilde{a}+\tilde{b}=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3)$

2: $\tilde{a}-\tilde{b}=(a_1-b_3,a_2-b_2,a_3-b_1)$

3: $\tilde{a}\times k=(ka_1,\ ka_2,ka_3),\ k>0$

4: $\tilde{a}^k=(a_1^k,a_2^k,\ a_3^k),\ k>0,\ a_i>0$

5: $\tilde{a}\cdot\tilde{b}=(a_1b_1,a_2b_2,a_3b_3),\ a_i>0,\ b_i>0$

6: $\tilde{b}^{-1}=\left\{\dfrac{1}{b_3},\dfrac{1}{b_2},\dfrac{1}{b_1}\right\},\ b_i>0$ (6)

7: $\tilde{a}>\tilde{b}$ თუ $a_2>b_2$, და თუ $a_2=b_2$ მაშინ $\tilde{a}>\tilde{b}$ თუ $\dfrac{a_1+a_3}{2}>\dfrac{b_1+b_3}{2}$, წინააღმდეგ შემთხვევაში $\tilde{a}=\tilde{b}$.

ყველა TFN ელემენტების სიმრავლე აღვნიშნოთ Ψ -თი, ხოლო დადებითი TFNs ($a_i>0$) -ის კი Ψ^+-თი.

ჩვენ მომავალში განვიხილავთ OWA ოპერატორის მერიგოს და სხვ. გავრცობებს [32, 33, 35].

განმარტება 3 [35]: *m განზომილების ფაზი- OWA (fuzzy OWA) ოპერატორი -* ***FOWA*** *ეწოდება ასახვას - FOWA* $:\Psi^m\Rightarrow\Psi$ *, W -ასოცირებული შეწონვის ვექტორით* $w_j\in[0,1]$, $\sum_{j=1}^{m}w_j=1$ *და*

$$FOWA(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,...,\tilde{a}_m)=\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde{b}_j \ , \tag{7}$$

სადაც $\tilde{b}_j$ *არის* j*-ური უდიდესი* $\{\tilde{a}_i\}_{i=1}^m$, $a_i\in\Psi,\ i=1,2,...,m$ *სიდიდეებს შორის, ხოლო* Ψ^m *-* სამკუთხა ფაზი-რიცხვების m *განზომილებიანი სივრცეა.*

FOWA ოპერატორში გადაწყვეტილების მიმღები პირის შეფასებები წარმოდგენილია TFN-ში, როდესაც მათი წონების ვექტორი ცნობილია. *ხშირად ექსპერტულ მონაცემებს გააჩნიათ აგრეთვე განუზღვრელი ხასიათი* (არასრულობის მეორე პოლუსი) და ეს *განუზღვრელობა წარმოდგენილია*

<u>რაიმე ალბათური განაწილებით.</u> ასეთ შემთხვევაში ჯ.მ. მერიგომ [33]-ში განაზოგადა OWA ოპერატორი ალბათური OWA-ს (probabilistic OWA (POWA)) სახელწოდებით:

განმარტება 4 [33]: *m განზომილების ალბათური OWA (probabilistic OWA) – **POWA** ოპერატორი ეწოდება ასახვას - $POWA: R^m \Rightarrow R^1$, W -ასოცირებული შეწონვის ვექტორით, $w_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$, რომელიც განიმარტება ფორმულით:*

$$POWA(a_1, a_2, ..., a_m) = \sum_{j=1}^{m} \hat{p}_j b_j \, , \tag{8}$$

სადაც b_j არის j-ური უდიდესი $\{a_i\}, i = 1,2,...,m$ სიდიდეებს შორის; p_i არის a_i სიდიდის მნიშვნელობის ალბათობა, $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$, $0 \le p_i \le 1$, $\hat{p}_j = \beta w_j + (1-\beta) p_j$, $\beta \in [0,1]$ შეწონვის პარამეტრია.

შევნიშნოთ რომ, თუ $\beta = 0$, მაშინ ვღებულობთ ალბათური განაწილების მათემატიკურ მოლოდინს, და თუ $\beta = 1$, მაშინ ვღებულობთ OWA ოპერატორს. ფორმულა (8) შეიძლება შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$\begin{aligned} POWA(a_1, a_2, ..., a_m) &= \beta \sum_{j=1}^{n} w_j b_j + (1-\beta) \sum_{i=1}^{m} p_i a_i = \\ &= \beta \cdot OWA(a_1, a_2, ..., a_m) + (1-\beta) \cdot E_p(a_1, a_2, ..., a_m) \, , \end{aligned} \tag{9}$$

სადაც $E_p(a_1, a_2, ..., a \quad)$, $\{a_i\}, i = 1,2,...,m$ სიდიდეების მათემატიკური მოლოდინია. ასევე მნიშვნელოვანია შრომები, რომლებშიც OWA -ს ალბათური გავრცობებია შესწავლილი ([5, 21, 22, 32-39, 45-54, 83-87, 96, 97, 100] და სხვ.). ჩვენ ახლა მივყვებით [33]-ში განმარტებულ ცნებებს:

განმარტება 5 [33]: *ვთქვათ Ψ არის ყველა TFN -თა სიმრავლე. m განზომილების მქონე ფაზი-ალბათური OWA (fuzzy-probabilistic OWA) ოპერატორი - **FPOWA** ეწოდება ასახვას $FPOWA: \Psi^m \Rightarrow \Psi$, W ასოცირებული ვექტორით, $w_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$:*

$$FPOWA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m) = \sum_{j=1}^{n} \hat{p}_j \tilde{b}_j \, , \tag{10}$$

სადაც $\tilde{b}_j$ არის j-ური უდიდესი ელემენტი $\{\tilde{a}_i\}_{i=1}^{m}$ - TFN რიცხვებს შორის, $p_i \equiv P(\tilde{a} = \tilde{a}_i)$, $\sum_{j=1}^{m} p_j = 1$, $0 \le p_j \le 1$, $\hat{p}_j = \beta w_j + (1-\beta) p'_j$, $\beta \in [0,1]$ $\left(p'_j \;= P(\tilde{a} = \tilde{b}_j)\right)$; β შეწონვის პარამეტრია.

(9)-ის ანალოგიურად ჩავწერთ FPOWA -ს მეორე ფორმით:

$$\begin{aligned} FPOWA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m) &= \beta \sum_{j=1}^{n} w_j \tilde{b}_j + (1-\beta) \sum_{i=1}^{m} p_i \tilde{a}_i = \\ &= \beta \cdot OWA(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m) + (1-\beta) \cdot E_p(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m) \, . \end{aligned} \tag{11}$$

[28] -ში მტკიცდება FPOWA -ს ნახევრად შემოსაზღვრულობის თვისება:

$$\beta \times \min_i\{\tilde{a}_i\} + (1-\beta)\cdot E_p\left(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m\right) \le \mathrm{FPOWA}\left(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m\right) \le \\ \le \beta \times \max_i\{\tilde{a}_i\} + (1-\beta)\cdot E_p\left(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m\right). \tag{12}$$

საბოლოოდ: FPOWA ოპერატორი არის მონოტონური, შემოსაზღვრული, იდემპოტენტური, სიმეტრიული და ნეხევრად შემოსაზღვრული.

3.2.2. POWA და FPOWA ოპერატორების ინფორმაციული ზომები

ახლა წარმოვადგენთ POWA და FPOWA ოპერატორების ალბათურ-ინფორმაციული ზომების განმარტებებს [33]. ამისთვის ვისარგებლებთ მეთოდოლოგიით, რომელიც განვითარებულია ([1, 2, 3, 7, 81, 82, 84, 86] და სხვ.) შრომებში.

ა) *Orness* პარამეტრი ახასიათებს POWA და FPOWA ოპერატორებს მათი „და" და „ან" კავშირებს შორის განლაგებით:

$$\alpha(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m) = \beta \sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta) \sum_{j=1}^{m} p'_j \left(\frac{m-j}{m-1}\right); \tag{13}$$

ბ) *Entropy* (*dispersion*) პარამეტრი ზომავს ინფორმაციის მოცულობას, რომელსაც ფლობს POWA და FPOWA ოპერატორები:

$$H(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m) = -\left\{\beta \sum_{j=1}^{m} w_j \ln w_j + (1-\beta) \sum_{i=1}^{m} p_i \ln p_i\right\}; \tag{14}$$

გ) *Divergence* (W წონითი ვექტორის) ზომავს დისპერსიას წონების მნიშვნელობასა და *Orness* დონეს შორის:

$$Div(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m) = \beta \left\{\sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m-j}{m-1} - \alpha(W)\right)^2\right\} + \\ + (1-\beta)\left\{\sum_{j=1}^{m} p'_j \left(\frac{m-j}{m-1} - \alpha(P)\right)^2\right\}; \tag{15}$$

სადაც $\alpha(W)$ - OWA ან FOWA ოპერატორების ($\beta = 1$) *Orness* ზომაა :

$$\alpha(W) = \sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m-j}{m-1}\right), \tag{16}$$

და $\alpha(P)$ - ფაზი-ალბათური აგრეგირების ($\beta = 0$) *Orness* ზომაა:

$$\alpha(P) = \sum_{j=1}^{m} p'_j \cdot \left(\frac{m-j}{m-1}\right), \tag{17}$$

დ) *Balance* პარამეტრი ზომავს ბალანსს *Orness* ან *Andness* პარამეტრებთან მიმართებაში:

$$
\begin{aligned}
Bal(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \ldots, \hat{p}_m) = \beta \left\{ \sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m+1-2j}{m-1} \right) \right\} + \\
+(1-\beta) \left\{ \sum_{j=1}^{m} p'_j \left(\frac{m+1-2j}{m-1} \right) \right\}
\end{aligned}
\tag{18}
$$

3.2.3. მონოტონური ზომის (ფაზი-ზომის) ასოცირებულ ალბათობების შესახებ

როდესაც ვცდილობთ ფუნქციონალურად აღვრიცხოთ არასაკმარისი ცდისეული თუ ექსპერტული მონაცემები, ხშირად მონაცემთა ადიტიურობის თვისება არ სრულდება, რაც გამოწვეულია მონაცემთა რთული სტრუქტურებითა და არასრულობით. ასეთი მონაცემების შესასწავლად უკეთესია ვისარგებლოთ არა ადიტიური, არამედ მონოტონური ზომებით (შეფასებებით) ([9, 12, 30, 44, 48, 49, 50, 78, 89, 99] და სხვ.). წარმოვადგენთ მონოტონური (ფაზი) ზომის [78] განმარტებას, როდესაც ყველა შესაძლო ელემენტარულ შედეგთა რიცხვი სასრულია.

განმარტება 6 [78]: *ვთქვათ* $S=\{s_1,s_2,\ldots,s_m\}$ *რაიმე სასრული სიმრავლეა და* g *სიმრავლის ფუნქციაა* - $g:2^S \to [0,1]$. *ვიტყვით რომ,* g *მონოტონური (ფაზი)ზომაა* S *-ზე თუ:*

$$(i)g(\varnothing)=0;\ g(S)=1;\quad (ii)\forall A,B\subseteq S \text{ თუ } A\subseteq B, \text{ მაშინ } g(A)\le g(B).$$

ფაზი-ზომა არის მონოტონური და სიმრავლის ნორმირებული ფუნქცია. ის შეიძლება განვიხოლოთ როგორც ალბათობათა კონცეფციის გავრცობა, სადაც ადიტიურობა შეცვლილია უფრო სუსტი პირობით - მონოტონურობით. არაადიტიური, მაგრამ მონოტონური ზომები პირველად 1980-იან წლებში შეისწავლებოდა [78] და დღეისთვის უკვე კარგადაა შესწავლილი ([9, 18, 25, 26, 48-50, 55, 78, 87, 89, 99] და სხვ.).

ფაზი-ინტეგრალი ფუნქციონალია, რომელიც ფაზი-სიმრავლის შეთანხმებულობის ფუნქციას აბრუნებს რაიმე სკალარში, როდესაც ინტეგრალში განუზღვრელობის ზომად გამოყენებულია ფაზი-ზომა ([11, 18, 21, 22, 30, 31, 48, 49, 78, 99] და სხვ.). ფაზი-ინტეგრალის კონცეფციის თანახმად, იგი კონდენსაციას უკეთებს ინფორმაციას, რომელსაც ფლობს ფაზი-სიმრავლის შეთანხმებულობის ფუნქცია (უზუსტობის ზომა) და ფაზი-ზომა (განუზღვრელობის ზომა). კონდენსირების (აგრეგირების) შედეგი განიხილება, როგორც ორ პოლუსიანი არასრული ინფორმაციის *ყველაზე ტიპიური სიდიდე* (most typical value (MTV) ([21, 22, 52-55] და სხვ.), ანუ მეორენაირად ფაზი-საშუალო. ცნობილია აგრეთვე რომ, ფაზი-საშუალი განსხვავებულია ცნობილი ცენტრალური ტენდენციის მქონე ისეთი ალბათური სტატისტიკებიდან, როგორიცაა - მოდა, მედიანა, საშუალო და ა.შ. სადისერტაციო კვლევაში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ერთ MTV -ს: *მონოტონურ საშუალოს* (Monotone Expectation (ME)) [5], რომელიც ლიტერატურაში უფრო *შოკეს ინტეგრალის* (Choquet Integral (CI) [7] სახელითაა ცნობილი. აქედან გამომდინარე, განვიხილოთ ფაზი-ინტეგრირებისა და აგრეგირების ზოგიერთი საკითხი:

განმარტება 7 [5]: *დავუშვათ რომ,* $S=\{s_1,s_2,...,s_m\}$ *რაიმე სასრული უნივერსალური სიმრავლეა,* g *მონოტონური (ფაზი) ზომაა* S *-ზე. ვთქვათ* $a:S\Rightarrow R_0^+$ *ისეთი ფუქციაა რომ,* $a(s_i)\equiv a_i\geq 0, i=1,2,...,m$, *მაშინ აგარეგირების ფუნქციას*

$$ME_g(a_1,a_2,...,a_m)\equiv CA(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{m}w_j a_{i(j)}\ , \qquad (19)$$

ეწოდება სასრული <u>შოკეს გასაშუალების</u> (Choquet Averaging) - ***CA*** *ოპერატორი (იგივე შოკეს ინტეგრალი CI), სადაც* $w_j=g(\{s_{i(1)},......,s_{i(j)}\})-g(\{s_{i(1)},.....,s_{i(j-1)}\})$, $g(\{s_{i(0)}\})\equiv 0$, $i(\cdot)$ *- ინდექსის ფუნქციაა,* $a_{i(j)}$ j*-ური უდიდესი ელემენტია* $\{a_i\}_{i=1}^m$ *სიდიდეებს შორის.*

CA -ოპერატორის მნიშვნელობა ყოველთვის არსებობს სასრულ აგრეგირებებში და ის როგორც მონოტონური საშუალო ზოგადად განსხვავებულია ადიტიური ალბათური საშუალოსგან - მათემატიკური მოლოდინისგან. თუმცა თუ მონოტონური ზომის როლში ავიღებთ ალბათურ ზომას, მაშინ ეს სიდიდეები თანხვედრაშია. ანუ ***CA*** მათემატიკური მოლოდინის გავრცობაა.

განმარტება 7-დან გამომდინარე ***CA*** -ში ალბათური განაწილებათა რიცხვი, რომლებიც ასოცირდებიან g ფაზი-ზომასთან, ემთხვევა m -ელემენტიანი სასრული სიმრავლის ყველა გადანაცვლებათა რიცხვს - $m!$. ზოგადად, ეს გადანაცვლებათა სიმრავლე ქმნის S_m ჯგუფს.

განმარტება 8 [5]: *ყოველი* $\sigma=(\sigma(1),\sigma(2),...,\sigma(m))\in S_m$ *გადანაცვლებისთვის,* P_σ *-ალბათურ ფუნქციას*

$$\begin{aligned}&P_\sigma(s_{\sigma(1)})=g(\{s_{\sigma(1)}\}),....,\\&P_\sigma(s_{\sigma(i)})=g(\{s_{\sigma(1)},....,s_{\sigma(i)}\})-g(\{s_{\sigma(1)},....,s_{\sigma(i-1)}\}),....,\\&P_\sigma(s_{\sigma(m)})=1-g(\{s_{\sigma(1)},....,s_{\sigma(m-1)}\}),\end{aligned} \qquad (20)$$

ეწოდება ასოცირებული ალბათური განაწილება S *-ზე, ხოლო ყველა ასეთ განაწილებებს კი* g *ფაზი-ზომით <u>ასოცირებული ალბათური კლასი</u> (Associated Probability Class (APC)) -* $\{P_\sigma\}_{\sigma\in S}$.

მტკიცებულება 1 [5]: *ფაზი-ზომა ალბათური ზომაა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მისი ასოცირებული ალბათური განაწილებები ერთმანეთს ემთხვევა.*

ფაზი-ზომის დუალურობის კონცეფცია ძალიან მნიშვნელოვანია აგრეგირების პრობლემატიკაში. დუალური ზომები ტოლფასი ინფორმაციის მატარებელი განუზღვრელობის ზომებია, რომლებშიც ინფორმაციის კოდიფიცირებაა განსხვავებული.

განმარტება 9 [5]: *ვიტყვით რომ, ორი* $\sigma,\sigma^*\in S_m$ *გადანაცვლება დუალურია, თუ*

$$\sigma^*(i)=\sigma(m-i+1),\ i=1,...,m\,.$$

მტკიცებულება 2 [5]: g_* *და* g^* *ფაზი-ზომები დუალურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც მათ გააჩნიათ ერთი და იგივე APC კლასები:* $P_{*\sigma}=P^*_{\sigma^*}$, *თუ* σ *და* σ* *დუალური გადანაცვლებებია, ხოლო* P_* *და* P^* *ასოცირებული ალბათური განაწილებებია შესაბამისად* g_* *და* g^* *ზომებისთვის.*

ფაზი-ზომების მნიშვნელოვანი კლასია - *მეორე რიგის ტევადობები:*

განმარტება 10 [5]: *ვთქვათ* (g_*, g^*) *რაიმე დუალური ფაზი-ზომებია. მაშინ* g_* *-ს ეწოდება ქვედა მეორე რიგის ტევადობა თუ*

$$\forall A, B \subseteq S, \quad g_*(A \cup B) + g_*(A \cap B) \geq g_*(A) + .g_*(B);$$

g^* *-ს ეწოდება ზედა მეორე რიგის ტევადობა თუ*

$$\forall A, B \subseteq S, \quad g^*(A \cup B) + g^*(A \cap B) \leq g^*(A) + .g^*(B).$$

ყველაზე გავრცელებული ფაზი-ზომები მეორე რიგის ტევადობებია. მათ შორისაა აუცილებლობისა (ქვედა ტევადობა) და შესაძლებლობის (ზედა ტევადობა) ზომები [12].

ფაზი-ზომას - Pos 2^S *-ზე ეწოდება შესაძლებლობის ზომა (possibility measure), თუ ის ცალსახად მიიღება მისი ე.წ. შესაძლებლობითი განაწილებისგან:* $\pi : S \to [0,1]$, $\max_{s \in S} \pi(s) = 1$ *შემდეგი ფორმულით:* $\forall A \in 2^S$

$$Pos(A) = \max_{s \in A} \pi(s). \tag{21}$$

ფაზი-ზომას - Nes 2^S *-ზე ეწოდება აუცილებლობის ზომა (necessity measure), თუ ის ცალსახად მიიღება მისი დუალური შესაძლებლობის ზომისგან*

$$Nes(a) = 1 - Pos(\overline{A}) = 1 - \max_{s \overline{\in} A} \pi(s).$$

მტკიცდება შემდეგი მიმართებები:

$$Nec(A \cap B) = \min\{Nec(A); Nec(B)\} \;\; for \;\; all \;\; A, B \in 2^S,$$
$$Pos(A \cup B) = \max\{Pos(A); Pos(B)\} \;\; for \;\; all \;\; A, B \in 2^S.$$

შესაძლებლობის ზომის *APC* კლასი გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$P_\sigma^{(Pos)}\left(s_{\sigma(i)}\right) = Pos\left(\left\{s_{\sigma(1)}, ..., s_{\sigma(i)}\right\}\right) - Pos\left(\left\{s_{\sigma(1)}, ..., s_{\sigma(i-1)}\right\}\right) = \max_{\nu = \overline{1,i}} \pi(s_{\sigma(\nu)}) - \max_{\nu = \overline{1,i-1}} \pi(s_{\sigma(\nu)})$$

სადაც $\left\{P_\sigma^{(Pos)}\right\}_{\sigma \in S_m}$ Pos -ზომის *APC* კლასს აღნიშნავს და

$$\pi(s_i) = Pos(\{s_i\}) = \max_{\sigma \in S_m} P_\sigma^{(Pos)}(\{s\}_i), \quad i = 1, 2, .., m,$$

მტკიცებულება 3 [5]: *ვთქვათ* (g_*, g^*) *რაიმე დუალური ფაზი-ზომებია. მაშინ* g_* *არის ქვედა მეორე რიგის ტევადობა (*g^* *არის ზედა მეორე რიგის ტევადობა) მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ*

$$g_*(A) = \min_{\sigma \in S_m} P_\sigma(A) \;\; \forall A \subseteq X, \quad (g^*(A) = \max_{\sigma \in S_m} P_\sigma(A) \;\; \forall A \subseteq X, \;). \tag{22}$$

მნიშვნელოვანი მინიშნება მეორე რიგის ტევადობებზე, და განსაკუთრებით შესაძლებლობის ზომაზე, არის ის რომ, მათი სიდიდეები არაა დამოკიდებული გადანაცვლებების არჩევაზე და

ისინი განიმარტებიან როგორც მინიმუმი და მაქსიმუმი ასოცირებულ ალბათურ კლასზე. ასევე მნიშვნელოვანია შემდეგი თანაფარდობები:

მტკიცებულება 4 [5]: *თუ* $P_\sigma, \sigma \in S_m$ *არის* g *ფაზი-ზომის ასოცირებული ალბათობების კლასი, მაშინ ყოველი არაუარყოფითი ფუნქციისთვის* $a: X \to R_0^+$ *, სამართლიანია:*

$$\min_{\sigma \in S_m} E_{P_\sigma}(a) \leq CA(a) \leq \max_{\sigma \in S_m} E_{P_\sigma}(a). \tag{23}$$

მტკიცებულება 5 [5]: (g_*, g^*) *დუალური ფაზი-ზომები მეორე რიგის ტევადობებია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ* $\forall a: X \to R_0^+$,

$$CA_{g_*}(a) = \min_{\sigma \in S_m} E_{P_\sigma}(a), \quad CA_{g^*}(a) = \max_{\sigma \in S_m} E_{P_\sigma}(a). \tag{24}$$

ვთქვათ $S_m^{(a)}$ $\left(S_m^{(a)} \subset S_m\right)$ გადანაცვლებების ისეთი ქვეჯგუფია რომ, $\forall \sigma \in S_m^{(a)}$

$$a(s_{\sigma(1)}) \geq a(s_{\sigma(2)}) \geq \ldots \geq a(s_{\sigma(m)}). \tag{25}$$

<u>ვღებულობთ ძალიან მნიშვნელოვან ფაქტს:</u> მტკიცებულება 2 და განმარტებები 7 და 8 -დან გამომდინარეობს რომ, *შოკეს აგრეგირება* ***CA*** *ემთხვევა ყოველ ალბათურ საშუალოს, გამოთვლილს ასოცირებულ ალბათურ განაწილებაზე* $P_{*\sigma}; P^*{}_\sigma \left(\sigma \in S_m^{(a)}\right)$:

$$\begin{aligned} CA_{g_*}(a) &= E_{P_{*\sigma}}(a) = \sum_{i=1}^{m} P_{*\sigma}(s_{\sigma(i)}) a(s_{\sigma(i)}), \\ CA_{g^*}(a) &= E_{P_\sigma^*}(a) = \sum_{i=1}^{m} P_\sigma^*(s_{\sigma(i)}) a(s_{\sigma(i)}) = \sum_{j=1}^{m} P_{*\sigma_*}(s_{\sigma_*(m-i+1)}) a(s_{\sigma_*(m-i+1)}) = E_{P_{*\sigma_*}}(a) \end{aligned}. \tag{26}$$

4. ასოცირებული ალბათობების აგრეგირებები POWA ოპერატორში

განსხვავება POWA და FPOWA ოპერატორებს შორის არასრული ინფორმაციის უზუსტობის პოლუსშია: მართალია POWA და FPOWA ოპერატორებში განუზღვრელობის ზომა ალბათური განაწილებაა $\{p_i\}$, მაგრამ POWA -ში უზუსტობის განმსაზღვრელი შემთხვევითი ცვლადია - (a), ხოლო FPOWA ოპერატორში ეს მახასიათებელი კი ფაზი-ცვლადია -($\tilde{a}$).)

აგრეგირებებში მონოტონური ზომების გამოყენების უპირატესობებზე უკვე ვილაპარაკეთ. ამასთან მიმართებაში ამ პარაგრაფში შემოვიღებთ POWA ოპერატორის ახალ გავრცობას, როდესაც განუზღვრელობის ზომა - ალბათური განაწილება იცვლება ფაზი-განაწილებით, ფაზი-ზომით.

4.1. AsPOWA ოპერატორები, ინდუცირებული შოკეს აგრეგირებით - CA

არსებობს უამრავი კვლევები, სადაც აგრეგირების ინსტრუმენტში გამოიყენება ფაზი-ზომა, როგორც განუზღვრელობის ზომა ([11, 18, 21, 22, 29-31, 47, 48, 50, 51-54] და სხვ.). ვთქვათ გადაწყვეტილების მიღების სისტემის მდგომარეობათა სიმრავლეა - $S=\{s_1,s_2,\ldots,s_m\}$, რომელზეც მოცემულია რაიმე ფაზი-ზომა $g:2^S \Rightarrow [0,1]$, ნაცვლად ალბათური განაწილებისა $P=\{p_1,p_2,\ldots,p_m\}$, $p_i=P(s_i)$. ჩვენ უკვე განვმარტეთ ფაზი-ზომის ასოცირებულ ალბათობათა კლასი (APC) $\{P_\sigma\}_{\sigma\in S_m}$, რომელიც შედგება $k=m!$ რაოდენობა ალბათური განაწილებისგან S სიმრავლეზე. აქედან გამომდინარე აიგება k რაოდენობა მათემატიკური მოლოდინი a - შემთხვევითი ცვლადისთვის - $\{E_{P_\sigma}(a)\}_{\sigma\in S_m}$,

$$E_{P_\sigma}(a)=\sum_{i=1}^{m} a_i P_\sigma(s_i),\ \sigma\in S_m. \tag{27}$$

დღემდე არ მოიძებნება ისეთი კვლევა (გარდა ავტორისეული), სადაც აგრეგირებებში ჩაშენებულია ფაზი-ზომის ასოცირებულ ალბათობათა კლასი. აქედან, ჩვენი მოქმედება ფოკუსირდება $\{E_{P_\sigma}(a)\}_{\sigma\in S_m}$ - <u>*ასოცირებული მათემატიკური მოლოდინების ჩაშენებაში,*</u> როდესაც ვაკეთებთ POWA ოპერატორის გავრცობებს, ნაცვლად ერთი მათემატიკური მოლოდინისა - $E_P(a)=\sum a_i p_i$.

ვთქვათ $M:R^k \Rightarrow R^1,\ k=m!$ რაიმე გასაშუალების აგრეგირების ფუნქციაა. მას შემდგომში *აგრეგირების გენერატორს* ვუწოდებთ. ვთქვათ : $a:S\to R_0^+$ რაიმე შემთხვევითი ცვლადია.

განმარტება 11 [60, 64, 67, 70]: *m განზომილების მქონე ასოცირებული POWA (associated POWA) ოპერატორი - **AsPOWA** ეწოდება ასახვას $AsPOWA:R^m \Rightarrow R^1$, W შეწონვის ვექტორით $w_j\in[0,1]$, $\sum_{i=1}^{m} w_j=1$, განუზღვრელობის ფაზი-ზომით $g:2^S\Rightarrow[0,1]$ და შესაბამისი ასოცირებული ალბათობათა კლასით :*

$$AsPOWA(a_1,a_2,...,a_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_jb_j+(1-\beta)\cdot M\left(\sum_{i=1}^{m}a_iP_\sigma(s_i)\Big/\sigma\in S_m\right)=$$

$$=\beta\sum_{j=1}^{m}w_jb_j+(1-\beta)\cdot M\left(E_{P_{\sigma_1}}(a),\,E_{P_{\sigma_2}}(a),...,\,E_{P_{\sigma_k}}(a)\right), \qquad (28)$$

სადაც b_j j*-ური უდიდესია* $\{a_i\}, i=1,...,m$ *სიდიდეებს შორის.*

მარტივი საჩვენებელია რომ, M აგრეგირების გენერატორის კონკრეტული ფუნქციებისთვის AsPOWA ოპერატორი ინდუცირებულია შოკეს აგრეგირების CA ოპერატორით:

მტკიცებულება 6 [67]**:** *ვთქვათ* M *Min ოპერატორია, მაშინ* ***AsPOWA*** *ოპერატორი ჩაიწერება როგორც*

$$AsPOWA\min(a_1,a_2,...,a_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_jb_j+(1-\beta)\cdot\min_{\sigma\in S_m}\left(\sum_{i=1}^{m}a_iP_\sigma(s_i)\Big/\sigma\in S_m\right), \qquad (29)$$

და თუ ფაზი-ზომა g არის ქვედა მეორე რიგის ტევადობა და თუ შეწონვის პარამეტრი $\beta=0$, მაშინ *AsPOWAmin ოპერატორი ემთხვევა* შოკეს აგრეგირების **CA** ოპერატორს

$$AsPOWA\min(a_1,a_2,...,a_m)=CA(a_1,a_2,...,a_m). \ (30)$$

მტკიცებულება 7 [67]**:** ვთქვათ, M *Max ოპერატორია, მაშინ* ***AsPOWA*** *ოპერატორი ჩაიწერება როგორც*

$$AsPOWA\max(a_1,a_2,...,a_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_jb_j+(1-\beta)\cdot\max_{\sigma\in S_m}\left(\sum_{i=1}^{m}a_iP_\sigma(s_i)\right), \qquad (31)$$

და თუ ფაზი-ზომა g არის ზედა მეორე რიგის ტევადობა და თუ შეწონვის პარამეტრი $\beta=0$, მაშინ *AsPOWAmax ოპერატორი ემთხვევა* შოკეს აგრეგირების **CA** ოპერატორს

$$AsPOWA\max(a_1,a_2,...,a_m)=CA(a_1,a_2,...,a_m). \qquad (32)$$

მე-6-ე და მე-7-ე მტკიცებულებანი ადვილად მიიღება თუ ვისარგებლებთ მტკიცებულება 5-ის შედეგით.

მტკიცებულება 8 [67]**:** ვთვათ M *რაიმე აგრეგირების გენერატორი-ფუნქციაა და AsPOWA ოპერატორის განმარტებაში g ფაზი-ზომა ალბათური ზომაა. მაშინ AsPOWA და POWA ოპერატორები ემთხვევა.*

$$AsPOWA(a_1,a_2,...,a_m)=POWA(a_1,a_2,...,a_m). \qquad (33)$$

დამტკიცება: როგორც ვიცით ალბათური ზომის ასოცირებული ალბათობები ემთხვევა (მტკიცებულება 1). თუ ვისარგებლებთ M ფუნქციის იდემპოტენტობის თვისებით $\left(M\left(E_{P_1},E_{P_2},...,E_{P_m}\right)\equiv E_P\right)$, რადგან $p_i\equiv p$, $i=1,...,k$; $E_{p_i}=E_p$ და $M(E_p,E_p,...,E_p)=E_p$. მაშინ AsPOWA მიიყვანება POWA ოპერატორის გამოსახულებაზე □

მტკიცებულება 9 [67]: *თუ g_* და g^* დუალური ფაზი-ზომებია S -ზე, მაშინ AsPOWA ოპერატორები, აგებული g_* და g^* ფაზი-ზომების მიმართ, ემთხვევიან.*

დამტკიცება: თუ ვისარგებლებთ M აგრეგირების გენერატორი-ფუნქციის სიმეტრიულობით და მტკიცებულება 2-ის შედეგებით, ადვილია ვაჩვენოთ ეს მტკიცებულება: განვიხილოთ AsPOWA ოპერატორი g_* ქვედა ფაზი-ზომისთვის:

$$AsPOWA_*(a_1,a_2,...,a_m) = \beta\sum_{j=1}^{m} w_j b_j + (1-\beta)M\Big(E_{P_{*\sigma_1}}(a), E_{P_{*\sigma_2}}(a),...,E_{P_{*\sigma_k}}(a)\Big) =$$

$$= \beta\sum_{j=1}^{m} w_j b_j + (1-\beta)M\Big(E_{P^*_{\sigma_1}}(a), E_{P^*_{\sigma_2}}(a),...,E_{P^*_{\sigma_k}}(a)\Big) =$$

$$= AsPOWA^*(a_1,a_2,...,a_m)\,,$$

სადაც $\{P_{*\sigma_i}\}_{i=1}^{k}$ g_* -ს ასოცირებული ალბათობათა კლასია და $\{P^*_{\sigma_i}\}_{i=1}^{k}$ კი ასოცირებული ალბათობათა კლასია g^* -თვის □.

4.2. AsPOWA ოპერატორის ინფორმაციული ზომები

ანალოგიურად [33] -სა მოგვყავს AsPOWA ოპერატორების ინფორმაციული ზომების განმარტებები:

განმარტება 12 [65]: *AsPOWA ოპერატორის Orness ზომა განიმარტება ფორმულით:*

$$\alpha\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m\right) = \beta\cdot\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)\cdot M\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)}\left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1}\right)\Big/\sigma\in S_m\right]. \qquad (34)$$

AsPOWAmax -სთვის გვაქვს:

$$\alpha\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m\right) = \beta\cdot\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)\cdot \max_{\sigma\in S_m}\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)}\left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1}\right)\right], \qquad (35)$$

ხოლო AsPOWAmin -სთვის კი გვაქვს:

$$\alpha\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m\right) = \beta\cdot\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)\cdot \min_{\sigma\in S_m}\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)}\left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1}\right)\right]. \qquad (36)$$

განმარტება 13 [65]: *AsPOWA ოპერატორის entropy (the dispersion) H პარამეტრი განიმარტება ფორმულით*

$$H\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_m\right) = -\left\{\beta\cdot\sum_{j=1}^{m} w_j \ln\left(w_j\right) + (1-\beta)\cdot M\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)}\ln\left(P_{\sigma(j)}\right)\Big/\sigma\in S_m\right]\right\}. \qquad (37)$$

AsPOWAmax ოპერატორისთვის გვაქვს:

$$H\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \ldots, \hat{p}_m\right) = -\left\{\beta \cdot \sum_{j=1}^{m} w_j \ln\left(w_j\right) + (1-\beta) \cdot \max_{\sigma \in S_m}\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)} \ln\left(P_{\sigma(j)}\right) \Big/ \sigma \in S_m\right]\right\}, \tag{38}$$

ხოლო AsPOWAmin ოპერატორისთვის გვაქვს:

$$H\left(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \ldots, \hat{p}_m\right) = -\left\{\beta \cdot \sum_{j=1}^{m} w_j \ln\left(w_j\right) + (1-\beta) \cdot \min_{\sigma \in S_m}\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)} \ln\left(P_{\sigma(j)}\right) \Big/ \sigma \in S_m\right]\right\}. \tag{39}$$

განმარტება 14 [65]: დივერგენციის ზომა - *Div განიმარტება შემდეგნაირად:*

$$\begin{aligned} Div\left(\hat{P}_1, \hat{P}_2, \ldots, \hat{P}_m\right) &= \beta\left\{\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{m-j}{m-1} - \alpha(W)\right)^2\right\} + \\ &+ (1-\beta)\left\{M\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)} \cdot \left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1} - \alpha(P_\sigma)\right)^2 / \sigma \in S_m\right]\right\}, \end{aligned} \tag{40}$$

სადაც $\alpha(W)$ *OWA ოპერატორის Orness-ის ზომაა*

$$\alpha(W) = \sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m-j}{m-1}\right)$$

და $\alpha(P_\sigma)$ *-ასოცირებული ალბათობებით აგრეგირების Orness ზომაა:*

$$\alpha(P_\sigma) = \sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)} \left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1}\right). \tag{41}$$

განმარტება 15 [65]: *AsPOWA ოპერატორის Balance პარამეტრი ეწოდება სიდიდეს:*

$$\begin{aligned} Bal\left(\hat{P}_1, \hat{P}_2, \ldots, \hat{P}_m\right) &= \beta \sum_{j=1}^{m} w_j \left(\frac{m+1-2j}{m-1}\right) + \\ &+ (1-\beta) M\left[\sum_{j=1}^{m} P_{\sigma(j)} \left(\frac{m+1-2\sigma(j)}{m-1}\right) \Big/ \sigma \in S_m\right]. \end{aligned} \tag{42}$$

AsPOWAmax და AsPOWAmin ოპერატორების Bal პარამეტრი განიმარტება ანალოგიურად.

5. ასოცირებული ალბათობების აგრეგირებები FPOWA ოპერატორში

ანალოგიურად წინა პარაგრაფისა, ამ პარაგრაფში ავაგებთ FPOWA აგრეგირების ოპერატორის გავრცობას [68], როდესაც FPOWA -ში ალბათური განაწილება შეცვლილია ფაზი-განაწილებით, უფრო ზუსტად კი ფაზი-ზომის ასოცირებული ალბათური განაწილებებით, ოღონდ იმ განსხვავებით რომ, აგრეგირების არგუმენტები ფაზი-სამკუთხა რიცხვები იქნება.

ვთქვათ $S=\{s_1,s_2,...,s_m\}$ აღნიშნავს სისტემის მდგომარეობათა სიმრავლეს, ხოლო $g:2^S\Rightarrow[0,1]$ კი განუზღვრელობის რაიმე ფაზი-ზომაა. დავუშვათ რომ, ექსპერტული შეფასებები გადაწყვეტილების მატრიცაში წარმოდგენილია ფაზი-სამკუთხა რიცხვებით. ანუ, ყოველი ფიქსირებული ალტერნატივისთვის და ყოველი s_i მდგომარეობისთვის $\tilde a_i=\tilde a(s_i)$ ფაზი-სამკუთხა რიცხვი აღნიშნავდეს ექსპერტის შეფასებას (ფასები, სარგებლიანობები, რეიტინგები და ა.შ.). ასე რომ, $\{\tilde a_1,\tilde a_2,...,\tilde a_m\}$ ვექტორი გამოსახავს ექსპერტული შეფასებების პირველ პოლუსს - უზუსტობის ზომას, რომელიც ექსპერტული შეფესებებით შეიქმნა ფიქსირებული ალტერნატივისთვის. გამოვიყენოთ ზემოდ განმარტებული არითმეტიკული ოპერაციები FTN-ებზე. პარაგრაფ 3.2.-ში (განმარტება 5) შემოვიღეთ მერიგოს მიერ განზოგადოებული ალბათური FOWA ოპერატორი - FPOWA [33], როდესაც არგუმენტები წარმოდგენილია FTN -ში. ახლა განვიხილავთ FPOWA -სა გავრცობას AsPOWA ოპერატორში.

5.1. AsFPOWA ოპერატორი, ინდუცირებული შოკეს აგრეგირების CA ოპერატორით

ვთქვათ $M:\Psi^{+k}\Rightarrow\Psi^{+}$ $(k=m!)$ რაიმე აგრეგირების გასაშუალების ფაზი-ფუნქციაა, ანუ *აგრეგირების გენერატორია* (სიმეტრიულობის, შემოსაზღვრულობის, მონოტონურობისა და იდემპოტენტობის თვისებებით) .

განმარტება 16 [68]: *m განზომილების მქონე ასოცირებული FPOWA (associated FPOWA) ოპერატორი -* **AsFPOWA** *ეწოდება ასახვას $AsFPOWA:\Psi^{+m}\Rightarrow\Psi^{+}$, შეწონვის W ვექტორით, $w_j\in(0,1)$; განუზღვრელობის ფაზი-ზომით $g:2^S\Rightarrow[0,1]$, რომლის ასოცირებული ალბათობების კლასია - $\{P_\sigma\}_{\sigma\in S_m}$:*

$$\begin{aligned}AsFPOWA(\tilde a_1,\tilde a_2,...,\tilde a_m)&=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde b_j+(1-\beta)M\left\{\sum_{i=1}^{m}\tilde a_iP_\sigma(s_i)\Big/\sigma\in S_m\right\}=\\&=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde b_j+(1-\beta)M\left(E_{P_{\sigma_1}}(\tilde a),E_{P_{\sigma_2}}(\tilde a),...,E_{P_{\sigma_k}}(\tilde a)\right)\end{aligned},\qquad(43)$$

სადაც $\tilde b_j$ j-ური უდიდესია $\{\tilde a_i\},i=1,...,m$ სიდიდეებს შორის.

განვიხილოთ AsFPOWA ოპერატორის კონკრეტული სახეები კონკრეტული M აგრეგირების გენერატორი ფუნქციებისთვის.

განმარტება 16 [68]: *1) ვთქვათ M $k=m!$ განზომილების Min-ოპერატორია, მაშინ*

$$AsFPOWA\min(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,...,\tilde{a}_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde{b}_j+(1-\beta)\underset{\sigma\in S_m}{Min}\left\{\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_iP_\sigma(s_i)\right\}; \quad (44)$$

2) ვთქვათ M k=m! განზომილების Max -ოპერატორია, მაშინ

$$AsFPOWA\max(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,...,\tilde{a}_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde{b}_j+(1-\beta)\underset{\sigma\in S_m}{Max}\left\{\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_iP_\sigma(s_i)\right\}; \quad (45)$$

1) *ვთქვათ M k=m! განზომილების საშუალო არითმეტიკული ოპერატორია,* $M(c_1,c_2,...,c_m)=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}c_i$, *მაშინ*

$$AsFPOWAmean(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,...,\tilde{a}_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde{b}_j+(1-\beta)\left\{\frac{1}{m!}\sum_{\sigma\in S_m}\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_iP_\sigma(s_i)\right\}; \quad (46)$$

2) *ვთქვათ M k=m! განზომილების α -გასაშუალების ოპერატორია,*

$M(c_1,c_2,...,c_m)=\left\{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}c_i^\alpha\right\}^{\frac{1}{\alpha}}$, *მაშინ*

$$AsFPOWAmean\alpha(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,...,\tilde{a}_m)=\beta\sum_{j=1}^{m}w_j\tilde{b}_j+(1-\beta)\left\{\frac{1}{m!}\sum_{\sigma\in S_m}\{\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_iP_\sigma(s_i)\}^\alpha\right\}^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (47)$$

*სამართლიანია მტკიცებულებები, რომლებიც ეხება გავრცობის კორექტულობას შოკეს აგრეგირების **CA** ოპერატორთან მიმართებაში* (მსგავსი 7 და 8 მტკიცებულებების), თუმცა დამტკიცების პროცესი გამოტოვებულია ანალოგიის გამო.

შევნიშნოთ რომ, AsFPOWA ოპერატორის ინფორმაციული ზომები - *Orness*, *Entropy*, *Div* და *Bal* განიმარტებიან 12-15 განმარტებების ანალოგიურად. ამიტომ მათი წარმოდგენები გამოვტოვეთ. აქ განვიხილავთ მხოლოდ ერთ მტკიცებულებას, რომელიც ადასტურებს აგრეგირებებში დუალური ფაზი-ზომების მიმართ ინფორმაციული ზომების მნიშვნელობათა თანხვედრას.

მტკიცებულება 10 [68]: ვთქვათ g_* *და* g^* *რაიმე დუალური ფაზი-ზომებია* $2^S \Rightarrow [0,1]$ *-ზე; ვთქვათ AsPOWA*$_*$ *და AsPOWA** *(ან AsFPOWA*$_*$ *და AsFPOWA***) აღნიშნავენ AsFPOWA (ან AsFPOWA) ოპერატორის მნიშვნელობებს, გამოთვლილი შესაბამისად* g_* *და* g^* *ზომების მიმართ. მაშინ სამართლიანია ინფორმაციული ზომების შემდეგი ტოლობები:*

$$\alpha_*=\alpha^*;\ H_*=H^*;\ Div_*=Div^*;\ \text{და}\ Bal_*=Bal^*.$$

დამტკიცება: დავამტკიცოთ $\alpha_*=\alpha^*$ ტოლობა. დანარჩენი ტოლობები ანალოგიურად დამტკიცდება. განვიხილოთ:

$$\alpha_* = \beta\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)M\left[\sum_{j=1}^{m} P_{*\sigma(j)}\left(\frac{m-\sigma(j)}{m-1}\right)\Big/\sigma\in S_m\right] =$$
$$= \beta\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)M\left[\sum_{j=1}^{m} P^*_{\sigma_*(m-j+1)}\left(\frac{m-\sigma_*(m-j+1)}{m-1}\right)\Big/\sigma_*\in S_m\right] =$$
$$= \beta\sum_{j=1}^{m} w_j\left(\frac{m-j}{m-1}\right) + (1-\beta)M\left[\sum_{j=1}^{m} P^*_{\sigma_*(j)}\left(\frac{m-\sigma_*(j)}{m-1}\right)\Big/\sigma_*\in S_m\right] = \alpha^*.$$

მტკიცებულებაში გამოვიყენეთ M ფუნქციის სიმეტრიულობა და ის ფაქტი რომ, g_* და g^* დუალური ზომების ასოცირებული ალბათობების კლასები სიმრავლურად ერთმანეთს ემთხვევიან - $\{P_{*\sigma}\}_{\sigma\in S_m} \equiv \{P^*_{\sigma_*}\}_{\sigma_*\in S_m}$ და $P_{*\sigma(j)} \equiv P^*_{\sigma_*(m-j+1)}$, სადაც σ და σ_* დუალური გადანაცვლებებია.

5.2. საილუსტრაციო მაგალითი

ანალოგიურად მაგალითისა [33] - დან, აქ გავაანალიზებთ ახალი AsFPOWA ოპერატორების გამოყენებას ფაზი-გადაწყვეტილების მიღების ამოცანაში, რომელიც ეხება სტრატეგიული მენეჯმენტის პრობლემას - პოლიტიკური სტრატეგიული მენეჯმენტის ერთ ამოცანას. ვთქვათ ჩვენ ვიკვლევთ რომელიმე ქვეყნის ფისკალური პოლიტიკის დაგეგმვას მომდევნო წლისთვის. დავუშვათ რომ, ქვეყნის მთავრობამ უნდა მიიღოს ფისკალური პოლიტიკის ოპტიმალური გადაწყვეტილება მომდევნო წლისათვის. ასევე დავუშვათ რომ, მთავრობა იხილავს ხუთ ალტერნატივას:

d_1: “განავითაროს ძლიერი ექსპანსიური ფისკალური პოლიტიკა”;
d_2: “განავითაროს ექსპანსიური ფისკალური პოლიტიკა”;
d_3: “არ შეიტანოს არავითარი ცვლილება ფისკალური პოლიტიკაში”;
d_4: “განავითაროს შეზღუდული ფისკალური პოლიტიკა”;
d_5: “‘‘განავითაროს მკაცრი შეზღუდული ფისკალური პოლიტიკა”.

იმისთვის რომ გაანალიზოს წარმოდგენილი ფისკალური პოლიტიკის ვარიანტები, მთავრობამ შეკრიბა ექსპერტთა ჯგუფი. ჯგუფი თვლის რომ, გადამწყვეტი ფაქტორებია ის, თუ როგორი იქნება ეკონომიკური სიტუაცია მსოფლიოში (გარე ფაქტორი) და ეკონომიკური მდგომარეობა ქვეყანაში (შიდა ფაქტორი) მომდევნო წლისთვის. ისინი იხილავენ სამ შესაძლო მდგომარეობას, რომლებიც შეიძლება განვითარდეს მომავალში ეკონომიკური მდგომარეობის თვალსაზრისით:

s_1: “ცუდი ეკონომიკური სიტუაცია”;
s_2: “რეგულირებადი ეკონომიკური სიტუაცია”;
s_3: კარგი ეკონომიკური სიტუაცია”.

როგორც შედეგი, ექსპერტებმა გააკეთეს ერთობლივი შეფასებები შესაძლო ალტერნატივებისთვის ყველა ფაქტორის გათვალისწინებით. შეფასებები გაკეთებულია [0-100] ბალიან სკალაზე ფაზი-სამკუთხა რიცხვებში (იხ. ცხრილი 2):

ცხრილი 2: ექსპერტული შეფასებები ფაზი-სამკუთხა რიცხვებში

D \ S	s_1	s_2	s_3
d_1	(60,70,80)	(40,50,60)	(50,60,70)
d_2	(30,40,50)	(60,70,80)	(70,80,90)
d_3	(50,60,70)	(50,60,70)	(60,70,80)
d_4	(70,80,90)	(40,50,60)	(40,50,60)
d_5	(60,70,80)	(70,80,90)	(50,60,70)

ექსპერტებმა გაანალიზეს მსოფლიოს ეკონომიკის შესაძლო განვითარება მომავალი წლისთვის და შეაფასეს სამივე ფაქტორის ობიექტური წონები, როგორც გარე ფაქტორის მატარებელი - $W=(0{,}5;0{,}3;0{,}2)$. თუმცა უნდა აღინიშნოს რომ, *თუ როგორი განვითარება იქნება ეკონომიკას ქვეყნის შიგნით მომავალი წლისთვის, ექსპერტებმა ეს ხდომილებები შეაფასეს შესაძლებლობების დონეებით* (შიდა ფაქტორის მატარებელი), როგორც განუზღვრელობის ზომა. აქ აგებული გადაწყვეტილების მიღების მოდელი უფრო დეტალიზებულია, ვიდრე ეს შექმნილია [33]-ში, რადგან აქ *გათვალისწინებულია ექსპერტთა შეფასებების ორივე პოლუსი, განსხვავებით* [33]-სა, სადაც მხოლოდ გარე ფაქტორების ობიექტური წონები გამოიყენება. სხვა სიტყვებით: განსხვავებით [33]-ისა, სადაც გამოყენებულია *სუბიექტურად მინიჭებული ალბათობები* - $p_i=P(s_i)$, ჩვენ ვსარგებლობთ ექსპერტული შეფასებებით მიღებული *შესაძლებლობის განაწილებით* - $\pi_i=Pos(s_i)$.

დავუშვათ, რომ $poss(s_1)\equiv\pi_1=0{,}7;\ \ poss(s_2)\equiv\pi_2=1;\ \ poss(s_3)\equiv\pi_3=0{,}5$ შესაძლებლობითი განაწილებაა, მაშინ $g:=Pos(.):2^S\Rightarrow[0,1]$ ფაზი-ზომის როლში ვიხილავთ - შესაძლებლობის ზომას: $Pos(A)=\max\limits_{s_i\in A}\pi_i,\ \forall A\subseteq S$. ჩვენს მოდელში, ისე როგორც ეს [33]-შია, შეწონვის პარამეტრის მნიშვნელობაა - $\beta\equiv0{,}3$. $\{d_1,..,d_5\}$ - ალტერნატივების რანჟირებისთვის ჩვენ უნდა გამოვთვალოთ AsFOWA ოპერატორის მნიშვნელობები.

$\tilde{a}=(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\tilde{a}_3)$-თვის გვაქვს:

$$AsFPOWA(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\tilde{a}_3)=\beta\sum_{j=1}^{3}\tilde{b}_j w_j+(1-\beta)M\left(E_{P_{\sigma_1}}(\tilde{a}),E_{P_{\sigma_2}}(\tilde{a}),...,E_{P_{\sigma_6}}(\tilde{a})\right).$$

ცხადია, რომ k = m! = 3! = 6 და AsFPOWA ოპერატორის მნიშვნელობების მისაღებად უნდა გამოვთვალოთ ასოცირებული ალბათობათა კლასი - $\{P_\sigma\}_{\sigma\in S_3}$ $Pos:2^S\Rightarrow[0,1]$ ზომისთვის. ყოველი გადანაცვლებისთვის გვაქვს:

$$\sigma=\{\sigma(1),\sigma(2),\sigma(3)\}\in S_3\ \ E_{P_\sigma}(d)=E_{P_\sigma}(\tilde{a})=\sum_{i=1}^{3}P_{\sigma(i)}\cdot\tilde{a}_{\sigma(i)}\ ,$$

სადაც

$$P_\sigma\left(s_{\sigma(i)}\right)=Poss(\{s_{\sigma(1)},\dots,s_{\sigma(i)}\})-Poss(\{s_{\sigma(1)},\dots,s_{\sigma(i-1)}\})=$$
$$=\max_{j=1,i}\pi_{\sigma(j)}-\max_{j=1,i-1}\pi_{\sigma(j)},\qquad \pi_{\sigma(0)}\equiv 0.$$

შედეგები წარმოდგენილია ცხრილი 3-ში:

ცხრილი 3: ასოცირებული ალბათობათა კლასი - $\{P_\sigma\}_{\sigma\in S_3}$

$\sigma=(\sigma(1),\sigma(2),\sigma(3))$	$P_{\sigma(1)}$	$P_{\sigma(2)}$	$P_{\sigma(3)}$
$(1,2,3)=\sigma_1$	$P_1=0{,}7$	$P_2=0{,}3$	$P_3=0$
$(1,3,2)=\sigma_2$	$P_1=0{,}7$	$P_3=0$	$P_2=0{,}3$
$(2,1,3)=\sigma_3$	$P_2=1$	$P_1=0$	$P_3=0$
$(2,3,1)=\sigma_4$	$P_2=1$	$P_3=0$	$P_1=0$
$(3,1,2)=\sigma_5$	$P_3=0{,}5$	$P_1=0{,}2$	$P_2=0{,}3$
$(3,2,1)=\sigma_6$	$P_3=0{,}5$	$P_2=0{,}5$	$P_1=0$

ცხრილი 3-ის გამოყენებით ვითვლით ასოცირებულ მათემატიკური მოლოდინებს - $\{E_{P_\sigma}(\cdot)\}_{\sigma\in S_3}$ (ცხრილი 4).

ცხრილი 4: ასოცირებული მათემატიკური მოლოდინები - $\{E_{P_\sigma}(\cdot)\}_{\sigma\in S_3}$

$E_{P_\sigma}(\cdot)$ σ	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
$E_{P_\sigma}(d_1)$	(54,64,74)	(54,64,74)	(40,50,60)	(40,50,60)	(49,59,69)	(45,55,65)
$E_{P_\sigma}(d_2)$	(39,49,59)	(39,49,59)	(60,70,80)	(60,70,80)	(59,69,79)	(65,75,85)
$E_{P_\sigma}(d_3)$	(50,60,70)	(50,60,70)	(50,60,70)	(50,60,70)	(55,65,75)	(55,65,75)
$E_{P_\sigma}(d_4)$	(61,71,81)	(61,71,81)	(40,50,60)	(40,50,60)	(46,56,66)	(40,50,60)
$E_{P_\sigma}(d_5)$	(63,73,83)	(63,73,83)	(70,80,90)	(70,80,90)	(58,68,78)	(60,70,80)

გამოვთვალეთ AsFPOWA ოპრატორის რიცხვითი მნიშვნელობები კონკრეტული M აგრეგირების გენერატორი ფუნქციებისთვის (ცხრილი 5):

ცხრილი 5: აგრეგირების შედეგები

D/Ag. Op.	FOWA	$AsFPOWA_{min}$	$AsFPOWA_{max}$	$AsFPOWA_{mean}$
d_1	(53,63,73)	(44,54,64)	(54,64,74)	(49,59,69)
d_2	(59,69,73)	(45,55,65)	(64,74,84)	(57,66,75)
d_3	(55,65,75)	(52,62,72)	(56,66,76)	(53,63,73)
d_4	(63,73,83)	(45,55,65)	(60,70,80)	(51,61,71)
d_5	(63,73,83)	(60,70,80)	(68,78,88)	(64,74,84)

ცხრილიდან ჩანს რომ გამოთვლები ჩატარდა აგრეგირების FOWA, AsFPOWAmin, AsFPOWAmax და AsFPOWAmean ოპერატორებისთვის. შედარების მიზნით ავაგეთ გადაწყვეტილების შედარების მატრიცა (ცხრილი 6).

ცხრილი 6: გადაწყვეტილების შედარების მატრიცა

N	აგგრეგ/ოპერატ.	რანჟირება
1	FOWA	$d_5 = d_4 \succ d_2 \succ d_3 \succ d_1$
2	$AsFPOWA_{min}$	$d_5 \succ d_3 \succ d_2 = d_4 \succ d_1$
3	$AsFPOWA_{max}$	$d_5 \succ d_2 \succ d_4 \succ d_3 \succ d_1$
4	$AsFPOWA_{mean}$	$d_5 \succ d_2 \succ d_3 \succ d_4 \succ d_1$

ცხადია, *ოპტიმალურ გადაწყვეტილებად უნდა მივიღოთ* d_5 . ჩვენ ასევე გამოვთვალეთ *Orness* პარამეტრის მნიშვნელობები (ცხრილი 7):

ცხრილი 7: Orness მნიშვნელობები

α \აგგრეგ. ოპერატ.	FOWA	$AsFPOWA_{min}$	$AsFPOWA_{max}$	$AsFPOWA_{mean}$
α	0,65	0,37	0,79	0,58

5.3. დასკვნები

POWA და FPOWA ოპერატორების ახალი გავრცობები - **AsPOWA** და **AsFPOWA** ოპერატორები, აგებულია ფაზი-ზომის ასოცირებულ ალბათობათა კლასზე და ინდუცირებულია შოკეს აგრეგირების **CA** ოპერატორით (სასრული შემთხვევა). არსებობს AsPOWA და AsFPOWA ოპერატორების წარმოდგენის მრავალი საშუალება, რაც მიიღწევა აგრეგირების გენერატორის არჩევით (min, max, mean და სხვ.). როგორც აღვნიშნეთ, ახალი აგრეგირებები ასევე დაფუძნებულია ფაზი-ზომის ტიპზე. ჩვენს შემთხვევაში გამოვიყენეთ შესაძლებლობის ზომა, რომელიც გარკვეულ წილად ალბათობათა თეორიის ალტერნატივას წარმოადგენს, როდესაც ინფორმაციის წყარო მხოლოდ ექსპერტი და მისი ცოდნაა. ახალი ოპერატორების თვისებები და მათი ინფორმაციული ზომების (*Orness, Enropy, Divergence და Balance*) თვისებები შესწავლილია ზოგად შემთხვევაში. მტკიცდება გავრცობების კორექტულობა როგორც POWA და FPOWA, ასევე შოკეს CA ოპერატორებთან მიმართებაში. მხოლოდ სამი გავრცობა, AsPOWAmax, AsPOWAmin და AsPOWAmin, იქნა გამოყენებული დისერტაციაში წარმოდგენილი საილუსტრაციო მაგალითის ანალიზში. შესწავლილია ქვეყნის ფისკალური სტრატეგიული პოლიტიკა რთული და ურთიერმოქმედი ფაქტორების გათვალისწინებით. შედეგები აჩვენებს გადაწყვეტილების მიღების სტაბილურ გარემოს, სადაც გენერირდება ერთადერთი ოპტიმალური ალტერნატივა.

6. გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი სისტემა - OB-DSIS

გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი სისტემა - Decision Support System (DSS), როგორც შესავალში ითქვა, კომპიუტერული ინფორმაციული სისტემაა, რომელიც გამოიყენება ბიზნესისა თუ სხვა საორგანიზაციო გადაწყვეტილებების მიღებისას. ზოგადად, DSS შეიძლება იყოს მთლიანად კომპიუტერული ან მომხმარებელთან ინტერაქტიულ რეჟიმში მომუშავე სისტემა [17, 48, 56, 73, 74, 80, 103].

DSS თავისთავში გულისხმობს ცოდნაზე დაფუძნებულ სისტემას (knowledge-based system) [17, 80, 103]. ცოდნაზე დაფუძნებული სისტემა კომპიუტერული სისტემაა, რომელიც გადაწყვეტილების მიღებისას ეყრდნობა არა დეველოპერის მიერ წინასწარ განსაზღვრულ პროცედურას, არამედ ცდილობს მოიქცეს ისე, როგორც ადამიანი-ექსპერტი მოიქცეოდა - ცოდნაზე დაფუძნებული არგუმენტებით იმსჯელოს შესაძლო შედეგებზე და გააკეთოს სანდო და დასაჯერებელი გადაწყვეტილება. ცოდნაზე დაფუძნებული სისტემები ერთ- ერთი პირველი წარმატებული სისტემებია ხელოვნური ინტელექტის პროგრამულ უზრუნველყოფებს შორის**.** ცოდნაზე დაფუძნებულ სისტემას უნიკალური სტრუქტურა აქვს, განსხვავებული ტრადიციული პროგრამული უზრუნველყოფისგან. ის ძირითადად ორი ნაწილისგან შედგება - *გადაწყვეტილების მიღების უცვლელი ნაწილისგან* და ცვლადი ნაწილისგან - *ცოდნისა ბაზა, რომელიც ისე როგორც ადამიანის ცოდნა იცვლება და ვითარდება.* როცა სისტემა მოქმედებას იწყებს, პირველი ნაწილი განიხილავს ცოდნის ნაწილს, ისევე როგორც ადამიანი. 80-იან წლებში მესამე ნაწილიც გამოჩნდა - *მომხმარებელთან საურთიერთო ინტერფეისი* . ამას მოგვიანებით "სასაუბრო სისტემა" ეწოდა (Conversation Programming System).

კარგად იმპლემენტირებული *DSS სისტემა არის ინტერაქტიული პროგრამული უზრუნველყოფა,* რომელიც გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, სისტემის მომხმარებელს ეხმარება არასტრუქტურირებული ინფორმაციის, დოკუმენტების, პირადი ცოდნისა თუ სხვათა მონაცემებით სტრუქტურირება გაუკეთოს ამა თუ იმ ბიზნეს მოდელებს და მომხმარებილსთვის დააგენერიროს ოპტიმალური რჩევა - გადაწყვეტილება არსებულ ალტერნატივებს შორის.

DSS -ებს განასხვავებენ შემდეგი ნიშნებით: 1. პასიური, 2. აქტიური და 3. კოოპერატიული. პასიური DSS მომხმარებელს მხარდაჭერას უკეთებს გადაწყვეტილების მიღების პროცესში, თუმცა მას არ შეუძლია საბოლოოდ კონკრეტული გადაწყვეტილების გამოყოფა და დასკვნის გამოტანა. აქტიურ DSS შეუძლია საბოლოო გადაწყვეტილების მიღება, ხოლო კოოპერაციული DSS საბოლოო გადაწყვეტილების მიღებამდე მომხმარებელს აძლევს საშუალებას შეცვალოს შედეგები და დაუბრუნოს სისტემას კვლავ განხილვის მიზნით. დაბრუნების ციკლი გრძელდება მანამ, სანამ არ მიიღება კონსოლიდირებული გადაწყვეტილება.

განსხვავებული სისტემური მიდგომა შექმნა დანიელ პაუერმა. იგი გამოყოფს შემდეგ ტიპებს:

1. კომუნიკაციაზე დაფუძნებული DSS. მას აქვს შესაძლებლობა სისტემაში პარალელურად ერთდროულად იმუშაოს რამოდენიმე მომხმარებელმა საერთო დავალების გადაწყვეტის მიზნით.

2. მონაცემებზე დაფუძნებული DSS. ამ სისტემაში მთავარი მნიშვნელობა ენიჭება მონაცემებს და მათთან წვდომას.
3. დოკუმენტებზე დაფუძნებული DSS. სისტემას აქვს შესაძლებლობა ინფორმაცია ამოიღოს და დაამუშაოს მრავალი ელექტრონული ფორმატიდან.
4. მოდელზე დაფუძნებული DSS.

თუ მხედველობაში მივიღებთ მოხმარების არეალს, პაუერი ასევე ასხვავებს ენტერპრაიზ და დესკტოპ DSS - ებს. პირველი მიბმულია დიდ მონაცემთა ცენტრებზე და მხარდაჭერას უკეთებს მენეჯერს კომპანიის პრობლემატიკის მოგვარებაში. დესკტოპ ვერსია მცირეა და მენეჯერის პერსონალურ კომპიუტერზეა განტავსებული.

DSS -ის ფუნდამენტური კომპონენტებია: მონაცემთა (ცოდნის) ბაზა, გადაწყვეტილების მიღების მოდული და მომხმარებლის ინტერფეისი. თუმცა თვითონ მომხმარებელიც სისტემის მნიშვნელოვანი კომპონენტია. DSS -ის კომპონენტების კლასიფიკაცია შემდეგნაირად გამოიყურება:

1. შემავალი ობიექტური მონაცემები: ფაქტორები, რიცხვები თუ მახასიათებლები. პრობლემის ანალიზისა და სინთეზის ამოცანების შემავალი ობიექტური მონაცემები.
2. მომხმარებლისა და ექსპერტების ცოდნა და გამოცდილება - შემავალი სუბიექტური მონაცემები: პრობლემის ანალიზისა და სინთეზის ამოცანების შემავალი, ექსპერტული მონაცემები.
3. გამომავალი მონაცემები: ტრანსფორმირებული მონაცემები, საიდანაც DSS აგენერირებს ოპტიმალურ გადაწყვეტილებას.
4. გადაწყვეტილების მიღება - ოპტიმალური ალტერნატივის რეკომენდაცია: DSS-ის მუშაობის შედეგები.

როგორც შესავალში აღვნიშნეთ: DSS - ებს, რომლებიც მუშაობენ ხელოვნურ ინტელექტზე ან ფუნქციონირებენ ინტელექტუალური აგენტების მეშვეობით - *„გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი ინტელექტუალური სისტემები" ეწოდებათ DSIS (decision support Intelligen systems).* ცოტა რამ ასეთი სისტემების მომხმარებლის შესახებ: თეორიულად, DSIS სისტემა შეიძლება გამოყენებული იქნას პრაქტიკულად ნებისმიერ სფეროში. ერთ-ერთი ძირითადი მაგალითია კლინიკურ-დოაგნოსტიკური პრიბლემატიკა. ასევე საბანკო სისტემა, რომელშიც ჩანერგილია DSIS და რომლის დახმარებით კრედიტ ოფიცერი იღებს გადაწყვეტილებას სესხის გაცემის შესახებ. დისერეტაციის ამოცანებიდან გამომდინარე, DSIS სისტემები ფართოდ გამოიყენება ბიზნესსა და მენეჯმენტში, *განსაკუთრებით კი სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მისაღებად*. სისტემების კონკრეტული მაგალითია კანადის ეროვნული სარკინიგზო სისტემა, რომელიც DSS გამოყენებით იღებს გადაწყვეტილებას თუ როდის და რომელი მოწყობილობა თუ აღჭურვილობა გამოცვალოს. სისტემაში ჩანერგილი DSIS -ის მეშვეობით ადმინისტრირებამ შეძლო სარკინიგზო ავარიების რიცხვის შემცირება, მაშინ როცა სხვა კომპანიები ამავე რიცხვის ზრდას აფიქსირებენ.

DSIS -ის *დადებითი მხარეებია:*

1. აუმჯობესებს გადაწყვეტილების მიღების პროცესის ეფექტურობას;
2. აჩქარებს გადაწყვეტილების მიღების პროცესს;
3. აუმჯობესებს შიდა კონტროლს ოფისებსა და ორგანიზაციებში;
4. აჩქარებს და ეფექტურს ქმნის პრობლემის გადაწყვეტას;
5. გადაწყვეტილების მიღების ხელშეწყობის მიზნით აგენერირებს ახალ, მნიშვნელოვან მონაცემებსა და ფაქტებს.
6. პრობლემის გარშემო მსჯელობასთან მიმართებაში აღმოაჩენს ახალ მიდგომებს;
7. ეხმარება მენეჯერებს ტექნოლოგიური პროცესის ავტომატიზაციაში.

სადოქტორო პროექტის ფარგლებში შეიქმნა OWA-ოპერატორებზე დაფუძნებული გადაწყვეტილების მიღების ინტელექტუალური სისტემა **OB-DSIS.** აქ *OB-მიუთითებს ობიექტებზე ორიენტირებულს*. სისტემა web-ზეა დაფუძნებული. ეს იმას ნიშნავს რომ, არ არის აუცილებელი სისტემის ადმინისტრატორი და ექსპერტები ტერიტორიულად ერთ ადგილას, ერთ ოთახში ისხდნენ, ან თუნდაც ერთ ქვეყანაში იმყოფებოდნენ. ექსპერტებს საშუალება აქვთ მსოფლიოს ნებისმიერი წერტილიდან შევიდნენ ინტერნეტში განთავსებულ პროგრამაში თავიანთი მომხმარებლის სახელითა და პაროლით და დააფიქსირონ საკუთარი ექსპერტული ცოდნა. სისტემა დაწერილია windows პლატფორმაზე, asp.net mvc ვებ ფრეიმვორკის გამოყენებით. მონაცემთა ბაზად გამოყენებულია sql server, ხოლო დეველოპმენტ გარემოა - visual studio 2012. მონაცემთა ბაზასთან წვდომისთვის გამოვიყენეთ Entity Framework. ვინაიდან პროექტის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნაზე ერთდოულად მუშაობდა რამდენიმე მაგისტრანტი, კოდის რეპოზიტორიუმი განთავსებული იყო https://github.com ზე, რაც უზრუნველყოფდა ერთდროულ წვდომას. საბოლოოდ, **OB-DSIS**-სისტემა ძირითადში *უნდა დაყენდეს მენეჯერის პერსონალურ კომპიუტერზე; არის ინტერაქტიული, ცოდნაზე დაფუძნებული,კომუნიკაციაზე და მოდელზე დაფუძნებული DSS.*

7. ბიზნეს-წამოწყების გადაწყვეტილების მიღების რეალიზაცია OB-DSIS სისტემაში

7.1. ბიზნეს წამოწყების პრობლემის ფორმირება კონკრეტულ მაგალითზე

შ.პ.ს G-FOOD-ი ეწევა სარესტორნო საქმიანობას. მას გააჩნია ქართული რესტორანი "ტიფლისო", რომელიც მდებარეობს შარდენის ქუჩაზე, სადაც განლაგებულია სხვადასხვა კაფე-ბარები. რესტორანი განლაგებულია ორ სართულზე საერთო ფართით 350 მ^2. ამ ფართიდან კომპანია G-FOOD-ს არ აქვს დატვირთული 50 კვ. მეტრი ფართი რომელიც იზოლირებულია რესტორან "ტიფლისო"-სგან და მდებარეობს ასევე შარდენის ქუჩაზე.

ამოცანა: კომპანია G-FOOD-ს სურს აღნიშნული 50 კვ. მეტრი ფართის დატვირთვა. კომპანიის ბიზნეს-მენეჯერებმა მათი ინტერესებიდან გამომდინარე შექმნეს ახალი ბიზნეს წამოწყების შემდეგი ალტერნატივები:

d_1 - *ღვინის მაღაზია;* d_2 - *სწრაფი კვების კაფე;* d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო;'* d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*

d_5 - *"გრილ"- კაფე.*

კომპანიის ინტერესებიდან გამომდინარე გამოიკვეთა ის ძირითადი ფაქტორები, რომლებიც განსაზღვრავენ არჩევანის გაკეთებას აღნიშნულ ალატერნატივებს შორის:

s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები;* s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო;* s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი;* s_4 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალისა და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავალის შეფარდება;* s_5 - *კომპეტენტური ბიზნეს-პერსონების აზრი.*

ამ პრობლემის გარშემო G-FOOD-ში შეიქმნა ბიზნეს-სტარტ-აპ-ის პროექტი, რომელიც გულისხმობს ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღებას, ყველაზე რაციონალური ალტერნატივის არჩევას ხუთი შესაძლო ალტერნატივიდან. თავისი შინაარსით ეს ამოცანა წარმადგენს მრავალ-ფაქტორულ, მრავალ-ექსპერტულ გადაწყვეტილების მიღების ამოცანას.

7.2. პრობლემის გადაწყვეტის სქემა

ზემოთ წარმოდგენილი პრობლემის გადაწყვეტისთვის შემუშავდა შემდეგი სქემა:

1. აუცილებელი ინფორმაციის შეგროვება ფაქტორებზე და შესაძლო ალტერნატივებზე. ინფორმაციის შეგროვება უნდა მოხდეს ისეთი წყაროებიდან როგორიცაა ბიზნეს გეგმა, დარგის გამოცდილი სპეციალისტების, ექსპერტების გამოკითხვა. მათი გამოყენებით შემუშავებული იქნება მეთოდი ოპტიმალური გადაწყვეტილების მისაღებად.

2. აიგება პროექტის განხორციელების მონაცემთა მატრიცა, რომლის ელემენტები იქნება ბიზნეს - გეგმის მონაცემები, წარმოდგენილი ნამდვილი რიცხვებსა თუ რიცხვით ინტერვალებში.

3. აგებული მონაცემთა მატრიცის გათვალისწინებით ექსპერტები შექმნიან გადაწყვეტილების მიღების მატრიცას მრავალფაქტორული გადაწყვეტილების მოდელში.

4. გამოყენებული იქნება ცნობილი და ჩვენს მიერ აგებული გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ოპერატორები, რომლებიც სკალირებას გაუკეთებენ შესაძლო ალტერნატივების მონაცემებს გადაწყვეტილების დონეებში.

5. გადაწყვეტილება მიიღება ალტერნატივების რანჟირებით მათი დონეების მეტობიდან ნაკლებობისკენ დალაგებით. გადაწყვეტილებად მიიღება ის ალტერნატივა, რომელსაც ექნება აგრეგირების ოპერატორის უდიდესი მნიშვნელობა.

7.3. შესაძლო ალტერნატივებზე მოქმედი ფაქტორების აღწერა

ალტერნატივა -- d_1 - ***ღვინის მაღაზია***

ფაქტორი s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები*

ბიზნეს გეგმის მიხედვით ხარჯებთან მიმართებაში გათვალისწინებულია შემდეგი მონაცემები:

1. რემონტის ღირებულება --- 20 000 ლარი
2. კომპიუტერული გამართვა --- 1 200 ლარი
3. პროდუქციის შეძენა --- 15 000 ლარი
4. სარეკლამო ხარჯი --- 2000 ლარი *სულ: 38 200*

ფაქტორი s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო*

სარემონტო კომპანიის მიერ მოწოდებული ინფორმაციის თანახმად სარემონტო სამუშაოების განხორციელებას სჭირდება 30 დღე, ხოლო პროექტის სრულ გამართვას დამატებით 5 დღე, სულ პროექტის განხორციელებისთვის საჭიროა 35 დღე.

ფაქტორი s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი*

0-ოვანი მოგების გასაგებად საჭიროა ფიქსირებული ხარჯი F და ცვლადი ხარჯი VC. ბიზნეს გეგმის თანახმად F-ხარჯები არის შემდეგი:

აღწერა	რაოდენობა	ხარჯი დრიური	ხარჯი თვიური
გამყიდველი	1	20	600
დამხმარე	1	15	450
ფართის ქირა	$40მ^2$	83	2500
კომუნალები	დაახლოებით	8.3	250

სულ 3800

ბიზნეს გეგმის თანახმად კომპანია G-FOOD-ი აპირებს პროდუქციას დაადოს ფასი შემდეგი მეთოდით: VC- ხარჯს (ნედლეულის ხარჯი) + VC*125% = R - (შემოსავალი, ეს %-ის ინდიკატორში ფართოდ გავრცელებული საპროცენტო მარჟაა გასის დანამატში).

ამ მეთოდის მიხედვით VC-ხარჯი იქნება: VC $=\frac{R}{2.25} \rightarrow 0.44R$, VC- ხარჯი წარმოადგენს R-შემოსავლის დაახლოებით 44%-ს.

0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლის დათვლა ხდება შემდეგი ეკონომიკური ფორმულით: მოგება = (R)შემოსავალს - (F)ხარჯი - (VC)ხარჯი, მოგებას თუ გავუტოლებთ 0-ს მაშინ: $0 = R - 3800 - 0.44R \rightarrow R \approx 6785.7 = R_0$.

ფაქტორი s_4 - *0-ოვანი მოგრბისთვის საჭირო შემოსავალისა (R_0) და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავლის შეფარდება (R_{ind}).*

ინფორმაცია მოპოვებული იქნა უკვე არსებული მსგავსი პროექტების ფინანსურ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, საიდანაც ირკვევა რომ საშუალო ინდუსტრიული შემოსავალი თვეში შეადგენს დაახლოებით 14 000 ლარს.

შესაბამისად ფარდობა შემდეგია: $\frac{R_0}{R_{ind}} = \frac{6\,785.7}{14\,000} \approx 0.485 \rightarrow 48.5\%$.

0-ვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი წარმოადგენს ინდუსტრიული შემოსავლის 48.5%-ს, ანუ ინდუსტრიული შემოსავლის თითქმის ნახევარს, რომელიც უზრუნველყოფს 0-ვან მოგებას.

ფაქტორი s_5 - *დამოუკიდებელი ექსპერტების აზრი.*

დამოუკიდებელი ექსპერტები შეფასებებს აკეთებენ {1,...,10} - ბალიანი სისტემიდან, თუ რამდენად გაამართლებს მოცემული ალტერნატივის შესაძლო არჩევანი - ბიზნეს წამოწყება აღნიშნულ გეოგრაფიულ წერტილში.

ექსპერტი 1	4	ექსპერტი 7	7
ექსპერტი 2	3	ექსპერტი 8	2
ექსპერტი 3	6	გექსპერტი 9	4
ექსპერტი 4	9	ექსპერტი 10	1
ექსპერტი 5	2	ექსპერტი 11	2
ექსპერტი 6	6	ექსპერტი 12	1

ალტერნატივა -- d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*

ფაქტორი s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები*

ბიზნეს გეგმის მიხედვით ხარჯებთან მიმართებაში გათვალისწინებულია შემდეგი მონაცემები:

1. რემონტის ღირებულება --- 30 000 ლარი

2. კომპიუტერული გამართვა --- 2 000 ლარი

3. ჭურჭელი --- 4 000 ლარი

4. დანადგარი --- 15 000

5. სარეკლამო ხარჯი --- 5 000 ლარი *სულ: 56 000*

ფაქტორი s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო*

სარემონტო კომპანიის მიერ მოწოდებული ინფორმაციის თანახმად სარემონტო სამუშაოების განხორციელებას სჭირდება 45 დღე, ხოლო პროექტის სრულ გამართვას დამატებით 5 დღე, სულ პროექტის განხორციელებისთვის საჭიროა 50 დღე.

ფაქტორი s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი*

0-ოვანი მოგების გასაგებად საჭიროა ფიქსირებული ხარჯი F და ცვლადი ხარჯი VC. ბიზნეს გეგმის თანახმად F-ხარჯები არის შემდეგი:

აღწერა	რაოდენობა	ხარჯი დრიური	ხარჯი თვიური
მოლარე	1	20	600
გამყიდველი	1	20	600
ოფიციანტი	1	15	450
ფართის ქირა	$40 მ^2$	83	2500
კომუნალები	დაახლოებით	16.7	500

სულ 4650

ბიზნეს გეგმის თანახმად კომპანია G-FOOD-ი აპირებს პროდუქციას დაადოს ფასი შემდეგი მეთოდით: VC- ხარჯს (ნედლეულის ხარჯი) + VC*35% = R- (შემოსავალი).

ამ მეთოდის მიხედვით VC-ხარჯი იქნება: VC $= \frac{R}{1.35} \rightarrow 0.74R$, VC- ხარჯი წარმოადგენს R-შემოსავლის დაახლოებით 74%-ს.

0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლის დათვლა ხდება შემდეგი ეკონომიკური ფორმულით: მოგება = (R)შემოსავალს - (F)ხარჯი - (VC)ხარჯი, მოგებას თუ გავუტოლებთ 0-ს მაშინ: $0 = R - 4650 - 0.74R \rightarrow R \approx 17\,885 = R_0$.

ფაქტორი s_4 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლისა (R_0) და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავლის შეფარდება (R_{ind}).*

ინფორმაცია მოპოვებული იქნა მსგავსი უკვე არსებული პროექტების ფინანსურ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, საიდანაც ირკვევა რომ საშუალო ინდუსტრიული შემოსავალი თვეში შეადგენს დაახლოებით 40 000 ლარს.

შესაბამისად ფარდობა შემდეგია: $\frac{R_0}{R_{ind}} = \frac{17\,885}{40\,000} \approx 0.447 \rightarrow 44.7\%$

ფაქტორი s_5 - *დამოუკიდებელი ექსპერტების აზრი*

ექსპერტი 1	8	ექსპერტი 7	3
ექსპერტი 2	3	ექსპერტი 8	8
ექსპერტი 3	3	გექსპერტი 9	8
ექსპერტი 4	6	ექსპერტი 10	1
ექსპერტი 5	2	ექსპერტი 11	8
ექსპერტი 6	1	ექსპერტი 12	2

ალტერნატივა -- d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*

ფაქტორი s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები*

ბიზნეს გეგმის მიხედვით ხარჯებთან მიმართებაში გათვალისწინებულია შემდეგი მონაცემები:

1. რემონტის ღირებულება --- 25 000 ლარი
2. კომპიუტერული გამართვა --- 1 200 ლარი
3. დანადგარები --- 10 000 ლარი
4. სარეკლამო ხარჯი --- 5 000 ლარი ***სულ: 41 200***

ფაქტორი s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო*

სარემონტო კომპანიის მიერ მოწოდებული ინფორმაციის თანახმად სარემონტო სამუშაოების განხორციელებას სჭირდება 40 დღე, ხოლო პროექტის სრულ გამართვას დამატებით 5 დღე, სულ პროექტის განხორციელებისთვის საჭიროა 45 დღე.

ფაქტორი s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი*

0-ოვანი მოგების გასაგებად საჭიროა ფიქსირებული ხარჯი F და ცვლადი ხარჯი VC. ბიზნეს გეგმის თანახმად F-ხარჯები არი შემდეგი:

აღწერა	რაოდენობა	ხარჯი დრიური	ხარჯი თვიური	სულ
გამყიდველი	1	20	600	600
კონდიტერი	1	40	1200	1200
მიმტანი	1	15	450	450
ქირა ფართის	$40მ^2$	83	2500	2500
კომუნალები	დაახლოებით	8.3	250	500
				5250

ბიზნეს გეგმის თანახმად კომპანია G-FOOD-ი აპირებს პროდუქციას დაადოს ფასი შემდეგი მეთოდით: VC- ხარჯს (ნედლეულის ხარჯი) + VC*150% = R- (შემოსავალი)

ამ მეთოდის მიხედვით VC-ხარჯი იქნება: $VC = \frac{R}{2.50} \to 0.40R$, VC- ხარჯი წარმოადგენს R-შემოსავლის დაახლოებით 40%-ს

0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლის დათვლა ხდება შემდეგი ეკონომიკური ფორმულით: მოგება = (R)შემოსავალს - (F)ხარჯი - (VC)ხარჯი, მოგებას თუ გავუტოლებთ 0-ს მაშინ: 0 = R - 5250 - 0.40R → R ≈ 8750 = R_0

ფაქტორი s_4 - *0-ოვანი მოგრბისთვის საჭირო შემოსავალისა (R_0) და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავალის შეფარდება (R_{ind}).*

ინფორმაცია მოპოვებული იქნა მსგავსი უკვე არსებული პროექტების ფინანსურ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, საიდანაც ირკვევა რომ საშუალო ინდუსტრიული შემოსავალი თვეში შეადგენს დაახლოებით 25 000 ლარს.

შესაბამისად ფარდობა შემდეგია: $\frac{R_0}{R_{ind}} = \frac{8\ 750}{25\ 000} \approx 0.35 \rightarrow 35\%$

ფაქტორი s_5 - *დამოუკიდებელი ექსპერტების აზრი*

ექსპერტი 1	7	ექსპერტი 7	8
ექსპერტი 2	4	ექსპერტი 8	10
ექსპერტი 3	3	გექსპერტი 9	6
ექსპერტი 4	3	ექსპერტი 10	5
ექსპერტი 5	4	ექსპერტი 11	5
ექსპერტი 6	5	ექსპერტი 12	4

ალტერნატივა -- d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*

ფაქტორი s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები*

ბიზნეს გეგმის მიხედვით ხარჯებთან მიმართებაში გათვალისწინებულია შემდეგი მონაცემები:

1. რემონტის ღირებულება --- 35 000 ლარი
2. კომპიუტერული გამართვა --- 1 500 ლარი
3. პროდუქცია და ჩილიმები --- 7 000 ლარი
4. ჭურჭელი --- 4 000
5. სარეკლამო ხარჯი --- 5 000 ლარი ***სულ: 52 500***

ფაქტორი s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო*

სარემონტო კომპანიის მიერ მოწოდებული ინფორმაციის თანახმად სარემონტო სამუშაოების განხორციელებას სჭირდება 55 დღე, ხოლო პროექტის სრულ გამართვას დამატებით 5 დღე, სულ პროექტის განხორციელებისთვის საჭიროა 60 დღე.

ფაქტორი s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი*

0-ოვანი მოგების გასაგებად საჭიროა ფიქსირებული ხარჯი F და ცვლადი ხარჯი VC. ბიზნეს გეგმის თანახმად F-ხარჯები არის შემდეგი:

აღწერა	რაოდენობა	ხარჯი დღიური	ხარჯი თვიური	სულ
ბარმენი-ჩილ.	1	80	2400	2400
დამხმარე	1	20	600	600
მიმტანი	1	30	900	900
ქირა ფართის	$40მ^2$	83	2500	2500
კომუნალები	დაახლოებით	8.3	250	500
				6900

ბიზნეს გეგმის თანახმად კომპანია G-FOOD-ი აპირებს პროდუქციას დაადოს ფასი შემდეგი მეთოდით: VC- ხარჯს (ნედლეულის ხარჯი) + VC*400% = R- (შემოსავალი).

ამ მეთოდის მიხედვით VC-ხარჯი იქნება: VC $= \frac{R}{5} \rightarrow 0.20R$, VC- ხარჯი წარმოადგენს R-შემოსავლის დაახლოებით 20%-ს.

0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლის დათვლა ხდება შემდეგი ეკონომიკური ფორმულით: მოგება = (R)შემოსავალს - (F)ხარჯი - (VC)ხარჯი, მოგებას თუ გავუტოლებთ 0-ს მაშინ: 0 = R - 6900 - 0.20R → R ≈ 8625 = R_0.

ფაქტორი s_4 - *0-ოვანი მოგრბისთვის საჭირო შემოსავალისა (R_0) და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავალის შეფარდება (R_{ind}).*

ინფორმაცია მოპოვებული იქნა მსგავსი უკვე არსებული პროექტების ფინანსურ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, საიდანაც ირკვევა რომ საშუალო ინდუსტრიული შემოსავალი თვეში შეადგენს დაახლოებით 37 500 ლარს.

შესაბამისად ფარდობა შემდეგია: $\frac{R_0}{R_{ind}} = \frac{8\ 625}{37\ 500} \approx 0.23 \rightarrow 23\%$

ფაქტორი s_5 - *დამოუკიდებელი ექსპერტების აზრი*

ექსპერტი 1	7	ექსპერტი 7	9
ექსპერტი 2	9	ექსპერტი 8	8
ექსპერტი 3	8	გექსპერტი 9	9
ექსპერტი 4	6	ექსპერტი 10	10
ექსპერტი 5	8	ექსპერტი 11	3
ექსპერტი 6	7	ექსპერტი 12	6

ალტერნატივა -- d_5 - *"გრილ"- კაფე*

ფაქტორი s_1 - *საინვესტიციო ხარჯები*

ბიზნეს გეგმის მიხედვით ხარჯებთან მიმართებაში გათვალისწინებულია შემდეგი მონაცემები:

1. რემონტის ღირებულება --- 45 000 ლარი
2. კომპიუტერული გამართვა --- 1 500 ლარი
3. დანადგარები --- 10 000 ლარი
4. ჭურჭელი --- 5 000
5. სარეკლამო ხარჯი --- 5 000 ლარი   ***<u>სულ: 66 500</u>***

ფაქტორი s_2 - *პროექტის განხორციელების დრო*

სარემონტო კომპანიის მიერ მოწოდებული ინფორმაციის თანახმად სარემონტო სამუშაოების განხორციელებას სჭირდება 55 დღე, ხოლო პროექტის სრულ გამართვას დამატებით 5 დღე, სულ პროექტის განხორციელებისთვის საჭიროა 60 დღე.

ფაქტორი s_3 - *0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი*

0-ოვანი მოგების გასაგებად საჭიროა ფიქსირებული ხარჯი F და ცვლადი ხარჯი VC. ბიზნეს გეგმის თანახმად F-ხარჯები არის შემდეგი:

აღწერა	რაოდენობა	ხარჯი დრიური	ხარჯი თვიური	სულ
პოვარი	1	60	1800	1800
მოლარე	1	20	600	600
მიმტანი	1	20	600	600
ქირა ფართის	40მ^2	83	2500	2500
კომუნალები	დაახლოებით	8.3	250	650
				6150

ბიზნეს გეგმის თანახმად კომპანია G-FOOD-ი აპირებს პროდუქციას დაადოს ფასი შემდეგი მეთოდით: VC- ხარჯს (ნედლეულის ხარჯი) + VC*130% = R- (შემოსავალი).

ამ მეთოდის მიხედვით VC-ხარჯი იქნება: VC $= \dfrac{R}{2.3} \rightarrow 0.435\text{R}$, VC- ხარჯი წარმოადგენს R- შემოსავლის დაახლოებით 43.5%-ს.

0-ოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავლის დათვლა ხდება შემდეგი ეკონომიკური ფორმულით: მოგება = (R)შემოსავალს - (F)ხარჯი - (VC) ხარჯი, მოგებას თუ გავუტოლებთ 0-ს მაშინ: 0 = R - 6150 - 0.435R → R ≈ 10885 = R_0 .

ფაქტორი s_4 - *0-ოვანი მოგრბისთვის საჭირო შემოსავალისა (R_0) და დაახლოებითი ინდუსტრიული შემოსავალის შეფარდება (R_{ind}).*

ინფორმაცია მოპოვებული იქნა მსგავსი უკვე არსებული პროექტების ფინანსურ დოკუმენტებზე დაყრდნობით, საიდანაც ირკვევა რომ საშუალო ინდუსტრიული შემოსავალი თვეში შეადგენს დაახლოებით 26 000 ლარს.

შესაბამისად ფარდობა შემდეგია: $\dfrac{R_0}{R_{ind}} = \dfrac{6\ 150}{26\ 000} \approx 0.24 \rightarrow 24\%$

ფაქტორი s_5 - *დამოუკიდებელი ექსპერტების აზრი*

ექსპერტი 1	6	ექსპერტი 7	6
ექსპერტი 2	5	ექსპერტი 8	5
ექსპერტი 3	8	გექსპერტი 9	5
ექსპერტი 4	7	ექსპერტი 10	8
ექსპერტი 5	5	ექსპერტი 11	10
ექსპერტი 6	2	ექსპერტი 12	6

7.4. ბიზნეს-წამოწყების გადაწყვეტილების მიღების რეალიზაცია OB-DSIS - სისტემაში. რეალიზაციები, შედეგები და გადაწყვეტილების მიღება.

წინა პუნქტში მიღებული შედეგები ფორმირებულია ერთიან მატრიცაში - მონაცემთა მატრიცის სახელწოდებით:

ცხრილი 8: მონაცემთა მატრიცა

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
d_1 - *ღვინის მაღაზია*	38 200	35	6785.7	48.5%	4
d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*	56 000	50	17 885	44.7%	4.4
d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*	41 200	45	8750	35%	5.3
d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*	52 500	60	8625	23%	7.5
d_5 - *"გრილ"- კაფე*	66 500	60	10885	24%	6.1

პროექტის შემკვეთები, როგორც გადაწყვეტილების მიმღები პირები (გმპ) (4 პირი) მათი ბიზნეს-ინტერესებიდან გამომდინარე, აკეთებენ შეფასებებს მიღებულ შედეგებზე მონაცემთა მატრიციდან. შეფასებები გაკეთებულია 0-10 ბალიან სისტემაში, ხოლო შემდეგ ეს მონაცემები ნორმირებული იქნა [0;1] ინტერვალში, რომლებიც ასე გამოიყურება (შევნიშნოთ რომ S_5 -ისთვის ყოველი გმპ შეფასებებს აკეთებს 10 ბალიან სისტემაში, ხოლო შემდეგ ისინი ნორმალიზებულია [0;1] ინტერვალში):

შეფასების მატრიცა - გმპ1	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
d_1 - *ღვინის მაღაზია*	0.4	0.9	0.5	0.9	0.5
d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*	0.6	0.8	0.7	0.6	0.5
d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*	0.3	1	0.9	0.9	0.7
d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*	0.8	1	0.6	0.9	0.7
d_5 - *"გრილ"- კაფე*	0.3	0.7	0.9	0.7	0.6

შეფასების მატრიცა - გმპ2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
d_1 - *ღვინის მაღაზია*	0.8	0.9	0.8	0.2	0.2
d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*	0.5	0.5	0.2	0.3	0.3
d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*	0.7	0.7	0.7	0.5	0.5
d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*	0.6	0.4	0.7	0.8	0.8
d_5 - *"გრილ"- კაფე*	0.4	0.4	0.4	0.7	0.6

შეფასების მატრიცა - გმპ3	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
d_1 - *ღვინის მაღაზია*	0.5	0.7	0.6	0.3	0.3
d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*	0.8	1	0.5	0.6	0.5
d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*	0.6	0.7	0.8	0.6	0.4
d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*	0.5	0.4	0.8	0.7	0.5
d_5 - *"გრილ"- კაფე*	0.3	0.4	0.7	0.6	0.5

შეფასების მატრიცა - გმპ4	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
d_1 - *ღვინის მაღაზია*	0.9	1	0.7	0.4	0.3
d_2 - *სწრაფი კვების კაფე*	0.5	0.7	0.3	0.6	0.4
d_3 - *სანაყინე-საკონდიტრო*	0.8	1	0.5	0.7	0.5
d_4 - *"ჩილიმ" ბარი*	1	0.9	1	1	0.7
d_5 - *"გრილ"- კაფე*	0.3	1	0.8	0.9	0.6

როგორც ცნობილია, ფაქტორების წონები მრავალ-ფაქტორულ გადაწყვეტილების მიღების სისტემაში ირჩევა ობიექტური ინფორმაციის გათვალსიწინებით. მათი შეფასებები არ უნდა იყოს დამოკიდებული მოცემულ ექსპერიმენტზე. *კონსენსუსის საფუძველზე ექსპერტებმა (ამ შემთხვევაში გმპ-ებმა) გამოიმუშავეს* ფაქტორების ობიექტური წონები წარმოდგენილი სტარტ-აპის გეგმის ანალოგიური პროექტებზე მათი ცოდნების გათვალისწინებით. ეს წონები საერთო პარამეტრებია აღნიშნული ტიპის ბიზნესს წამოწყებებში. ეს წონებია:

$$\mathbf{W_1 = 0.25 \ ; \ \ W_2 = 0.15 \ ; \ \ W_3 = 0.25 \ ; \ \ W_4 = 0.2 \ ; \ \ W_5 = 0.15.}$$

ასევე ცნობილია, მრავალ-ფაქტორულ გადაწყვეტილების მიღების სისტემასში **,** თუ როგორ შეირჩეს ფაქტორების შესაძლებლობითი დონეები მხოლოდ ესქპერტული ინფორმაციის გათვალისწინებით. მათი შეფასებები უნდა იყოს დამოკიდებული მხოლოდ მოცემულ ექსპერიმენტზე, ჩვენს შემთხვევაში სტარტ-აპის პროექტზე. სტარ-აპის ბიზნეს გეგმის მონაცემების გათვალისწინებით და მათი გამოცდილებით ***კონსენსუსის საფუძველზე ექსპერტებმა*** *(ამ შემთხვევაში გმპ-ებმა)* ***გამოიმუშავეს*** ფაქტორების შესაძლებლობითი დონეები. ეს დონეები პარამეტრებია მოცემული ბიზნეს წამოწყებისთვის. ყოველი ასეთი დონე მიუთითებს, თუ რამდენაც შესაძლებელია მოცემულმა ფაქტორმა ზეგავლენა იქონიოს ბიზნეს-წამოწყებაზე მოცემული ალტერნატივის არჩევის შემთხვევაში. ეს დონეებია (შეფასებების გაკეთების შემდეგ საჭიროა მათი ნორმირება მაქსიმალური დონის შეფარდებით):

$$\boldsymbol{\pi_1 = 0.85 \ ; \ \ \pi_2 = 0.57 \ ; \ \ \pi_3 = 1 \ ; \ \ \pi_4 = 0.85 \ ; \ \ \pi_5 = 0.57.}$$

OB-DSIS - სისტემის ექსპერტონების მეთოდის მოდული გვაძლევს შემდეგ ეტალონურ შეფასების მატრიცას.

	საინვესტიციო ხარჯები	პროდუქტის განხორციელების დრო	ნულოვანი მოგებისთვის საჭირო შემოსავალი	ნულოვანი შემოსავალი / ინდუსტრიული შემოსავალი	კომპეტენტური ხალხის აზრი
ღვინის მაღაზია	0.75	0.95	0.75	0.55	0.42
სწრაფი კვების კაფე	0.70	0.82	0.52	0.62	0.52
სანაყინე / საკონდიტრო	0.70	0.90	0.82	0.77	0.62
ჩილიმ-ბარი	0.80	0.75	0.85	0.92	0.77
გრილ-კაფე	0.42	0.70	0.80	0.82	0.67

OB-DSIS სისტემის გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ოპერატორების მოდულის გენერაციით მრჩეველი გადაწყვეტილებები დაგენერირდა შემდეგ მატრიცში:

MIN			ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > სწრაფი კვების კაფე > ღვინის მაღაზია = გრილ-კაფე
MAX			ღვინის მაღაზია > ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > სწრაფი კვების კაფე = გრილ-კაფე
AVERAGE			ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია = გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
OWA	Quantifier		ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე

IOWA	Quantifier		ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > გრილ-კაფე > ღვინის მაღაზია > სწრაფი კვების კაფე
OWG	Quantifier		ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
IOWG	Quantifier		ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > გრილ-კაფე > ღვინის მაღაზია > სწრაფი კვების კაფე
GOWA	Quantifier	1.20	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
IGOWA	Quantifier		ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > გრილ-კაფე > ღვინის მაღაზია > სწრაფი კვების კაფე
ASPOWA_MIN	Quantifier	0.30	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > სწრაფი კვების კაფე > გრილ-კაფე
ASPOWA_MAX	Quantifier	0.30	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
ASPOWA_MEAN	Quantifier	0.30	ჩილიმ-ბარი > გრილ-კაფე > სანაყინე / საკონდიტრო > სწრაფი კვების კაფე > ღვინის მაღაზია
ASPOWA_MIN	Quantifier	0.70	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
ASPOWA_MAX	Quantifier	0.70	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > ღვინის მაღაზია > გრილ-კაფე > სწრაფი კვების კაფე
ASPOWA_MEAN	Quantifier	0.70	ჩილიმ-ბარი > სანაყინე / საკონდიტრო > გრილ-კაფე > ღვინის მაღაზია > სწრაფი კვების კაფე

აშკარაა, რომ სხვადასხვა აგრეგირებით მიღებული შედეგები **უპირატესობას ანიჭებს ჩილიმ ბარის არჩევას** (15 ოპერატორიდან 14-ოპერატორი ჩილიმ-ბარის სასარგებლოდ და ერთი ღვინის მაღაზიის სასარგებლოდ). უნდა აღინიშნოს რომ ახალი, გავრცობილი ოპერატორებით რანჟირების

ხარისხები **ჩილიმ ბარის არჩევაში** ჭარბობს დანარჩენი ოპერატორებით გენერირებულ ხარისხებს. ეს კი **AsPOWA ოპერატორით სარგებლობის უპირატესობაზე** მიუთითებს.

8. დასკვნა

დისერტაციის მთავარი კვლევის ობიექტია OWA-ს ტიპის ალბათური აგრეგირებების გავრცობების კონსტრუირება მრავალკრიტერიუმიანი გადაწყვეტილების მიღების სისტემაში, როდესაც შეინიშნება მაღალი კორელაცია და ურთიერდამოკიდებულება გადაწყვეტილების ფაქტორებს, კრიტერიუმებს შორის და როდესაც შეფასებები შესაძლო ალტერნატივებზე ფაქტორებთან მიმართებაში წარმოდგენილია ექსპერტული ცოდნის ბაზაზე.

შესავალ ნაწილში განხილული იყო გადაწყვეტილების მიღების მრავალკრიტერიუმიანი სისტემების ანალიზი, როდესაც ინფორმაცია შესაძლო ალტერნატივებზე განუზღვრელი ხასიათისაა და მონაცემთა დაგროვების წყარო მხოლოდ ექსპერტი და მისი ცოდანაა. განსხვავებით სხვა კვლევებისა, სადაც ძირითადში ექსპერტული არასრული ინფორმაციის აგრეგირებებში გამოიყენება ერთ პოლუსიანობა - ინფორმაციის უზუსტოობა, დისერტაციაში წარმოდგენილია გადაწყვეტილების მიღების მრავალკრიტეირუმიანი სისტემების მოდელი, როდესაც ინფორმაციის აგრეგირების ოპერატორში შექმნილია ინფორმაციის ორივე პოლუსის - უზუსტობისა და განუზღვრელობის ფაქტორების გათვალისწინება. უზუსტობა წარმოდგენილია ექსპერტულ შეფასებებში (რეიტინგები, სკალირებები, საიმედოობა, ფასი და სხვ.), ხოლო განუზღვრელობა კი ფაზი-ზომის სახით (დისერტაციაში დაკონკრეტრებულია და ის წარმოადგენს შესაძლებლობის ზომას). როგორც ცნობილია ორ პოლუსიანობის გამოყენება აგრეგირებებში ზრდის გადაწყვეტილების მიღების სისტემის საიმედოობას და დასაჯეროობას.

დისერტაციის მეორე თავში მოცემულია ალბათური OWA-ს ტიპის კლასიკური აგრეგირების ოპერატორების განმარტებები და მათი ძირითადი თვისებები. ეს კი წარმოადგენს ახალი ორ-პოლუსიანი გავრცობების აგების საფუძველს. დისერტაციაში ვიხილავთ მხოლოდ ორ ალბათურ აგრეგირებას: POWA და FPOWA-ს.

დისერტაციის მესამე-მეხუთე თავებში წარმოდგენილია POWA და FPOWA ოპერატორების ახალი გავრცობები - AsPOWA და AsFPOWA ოპერატორები, რომლებიც აგებულია ფაზი-ზომის ასოცირებულ ალბათობათა კლასზე და ინდუცირებულია შოკეს აგრეგირების CA ოპერატორით (სასრული შემთხვევა). არსებობს AsPOWA და AsFPOWA ოპერატორების წარმოდგენის მრავალი საშუალება, რაც მიიღწევა აგრეგირების გენერატორის კონკრეტიკით (min, max, mean და სხვ.) ამ ოპერატორებში. როგორც აღვნიშნეთ, ახალი აგრეგირებები ასევე დაფუძნებულია ფაზი-ზომის ტიპზე. ჩვენს შემთხვევაში გამოვიყენეთ შესაძლებლობის ზომა, რომელიც გარკვეულ წილად ალბათობათა თეორიის ალტერნატივას წარმოადგენს, როდესაც ინფორმაციის წყარო მხოლოდ ექსპერტი და მისი ცოდნაა. ახალი ოპერატორების თვისებები და მათი ინფორმაციული ზომების (*Orness, Enropy, Divergence და Balance*) თვისებები შესწავლილია ზოგად შემთხვევაში. მტკიცდება გავრცობების კორექტულობა როგორც POWA და FPOWA, ასევე შოკეს CA ოპერატორებთან მიმართებაში. გამოყენებითი თვალსაზრისით მხოლოდ სამი გავრცობა, AsPOWAmax, AsPOWAmin და AsPOWAmin იქნა გამოყენებული საილუსტრაციო მაგალითის ანალიზში.

დისერტაციის მეექვსე თავში წარმოდგენილია წინა თავებში აგებული აგრეგირებების ოპერატორებზე დაფუძნებული გადაწყვეტილების მიღების მხარდამჭერი სისტემა - პროგრამული უზრუნველყოფა - **OB-DSIS.** განხილულია სისტემის შესაძლებლობები, სამომხმარებლო ინტერფეისი, და მხარდამჭერი გარემო. სისტემაში არსებობს შესაძლებლობა მომხმარებელმა გამოიყენოს ძირითადი არსებული OWA-ს ტიპის აგრეგირებები და ახალი გავრცობები - AsPOWAmax, AsPOWAmin და AsPOWAmin და სხვ. , რომელთა გამოყენებით შეიქმნება ალტერნატივების რანჟირებები და აირჩევა ოპტიმალური ალტერნატივა.

დისერტაციის მეშვიდე თავში განხილულია ბიზნეს-წამოწყების გადაწყვეტილების მიღების ამოცანა OB-IDSS სისტემაში. ეს ამოცანა ახალი აგრეგირების ოპერატორების გამოყენების საინტერესო საილუსტრაციო მაგალითი გამოდგა სტრატეგიული მენეჯმენტის პრობლემატიკაში. ექსპერტული შეფასებები წარმოდგენილია ფაზი-სამკუთხა რიცხვებში და აგრეგირების შედეგები გენერირდა OB-DSIS სისტემაში. სისტემის რანჟირების მოდულით რეკომენდირებულია ოპტიმალური ალტერნატივა. გავრცობილმა ოპერატორებმა შექმნეს საიმედო მხარდამჭერი გარემო მრავალკრიტერიუმიან გადაწყვეტილების სისტემაში.

კვლევის პერსპექტივის მიმართულებით ვიტყვით რომ, კვლევა გაგრძელდება ახალი გავრცობილი ოპერატორების შესაქმნელად, როდესაც აგრეგირების არგუმენტები იქნება ფაზი-ინტუიციონისტური და ფაზი-ჰესიტანტური სიდიდეები.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. G. Beliakov, Learning Weights in the Generalized OWA Operators. *Fuzzy Optimization and Decision Making* 4 (2005) 119-130.
2. G. Beliakov, A. Pradera, I. Calvo, *Aggregation Functions: A Guide for Practitioners*, Berlin- Heidelberg: Springer-Verlag (2007) 361 pp.
3. R.E. Bellman, L.A. Zadeh, Decision making in a fuzzy environment, *Management Science* 17 (4) (1970) B141- B164.
4. T. Calvo, G. Beliakov, Identification of weights in Aggregation Operators, In: Bustince H, Herrera I, Montero J. (Eds.*). Fuzzy sets and their extensions: representation, aggregation and models: intelligent systems from decision making to data mining, web intelligence and computer vision*, Berlin, Springer (2008) 145-162.
5. De Campos Ibanez, L. M. Bolanos, M.N. Carmona, Representation of fuzzy measures through probabilities, *Fuzzy sets and systems* 31(1) (1989) 23–36.
6. C. Carlson, R. Fuller, Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization, *Studies in fuzziness and Soft Computing* 82 (2002) 341pp.
7. G. Choquet, Theory of capacities, *Annals d'Institute Fourier* 5 (1954) 131–295.
8. P. Demster, Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping, *Ann. Math. Statist.* 38 (1967) 325-339.
9. D. Denneberg, *Non-Additive Measure and Integral*, Norwell, MA, Kluwer Academic (1994) 185 pp.
10. Y.C. Dong, Y.F. Xu, H.Y. Li, B. Feng, The OWA-Bases consensus operator under linguistic representation models using position indexes, *Eurp. Journal of Operational Research* 203(2) (2010) 453-463.

11. D. Dubois, J.L. Marichal, H. Prade, M. Roubens, R. Sabbadin, The use of the discrete Sugeno integral in decision-making: a survey, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 9(5) (2001) 539–561.
12. D. Dubois, H. Prade, *Possibility Theory,* New York: Plenum Press (1988).
13. M. Ehrgott, *Multicriteria optimization,* Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag (2005) 323pp.
14. K.J. Engemann, D.P. Filev and R.R. Yager, Modelling decision making using immediate probabilities, *International Journal of General Systems* 24 (1996) 281-294.
15. M. Fridman, M Henne, A. Kandel, Most typical Values for fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems* 87 (1997) 27-37.
16. T. Galvo, G. Magor, R. Mesier, *Aggregation Operators: New Trends and Application,* New York: Physica-Verlag (2002) 368 pp.
17. A.M. Gil-Lafuente, J.M. Merigo, *Computational Intelligence in Business and Economics*, Singapore: World Scientific (2010) 835 pp.
18. M. Grabisch, T. Murofushi, M. Sugeno, Fuzzy measures and integrals: Theory and applications, *Studies in Fuzziness and Soft Computing* 40 (2000) 477 pp.
19. S. Greco, R.A. Marques Pereiza, M. Sguillante, R.R. Yager, J. Kacprzyk (Eds), Preferences and Decisions: Models and Applications, *Studies in Fuzziness and Soft Computing* 257, 1st Edition. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag (2010) 430 pp.
20. J. Kacprzyk, S. Zadrozny, Towards a generalized and unified characterization of individual and collective choice functions under fuzzy and non-fuzzy preferences and majority via ordered weighted average operators, *Int. Journal of Intelligent Systems* 24(1) (2009) 4-26.
21. A. Kandel, On the control and evaluation of uncertain processes, *IEEE Transactions on Automatic Control* 25 (6) (1980) 1182–1187.
22. A. Kandel, Fuzzy statistics and forecast evaluation, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* SMC-8 (5) (1978) 396–401.
23. A. Kaufman, M.M. Gupta, *Introduction to fuzzy arithmetic*, New York: Van Nostrad Reinhold Co (1985) 384 pp.
24. G.J. Klir, D. Elias, Architecture of Systems Problem Solving, *IFSR International Series on Systems Science and Engineering* 21. New York: Kluwer Academic/Plenum (2003) 354 pp.
25. G.J. Klir, T.A. Folger, *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, New York: Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1988) 356 pp.
26. G.J. Klir, M.J. Wierman, Uncertainty-Based Information: Elements of Generalized Information Theory, *Studies in Fuzziness and Soft Computing* 15, 2nd ed. Heidelberg: Physica-Verlag (1999) 170 pp.
27. G. J. Klir, Z. Wang, D. Harmanec, Constructing fuzzy measures in expect systems, *Fuzzy Sets and Systems* 92 (1997) 251-264.
28. D.F. Li, The GOWA operator based approach to multi-attribute decision making using intuitionistic fuzzy sets, *Mathematical and Computer Modelling* 53 (2011) 1182–1196.
29. J.M. Marichal, An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8(6) (2000) 800–807.
30. J.M. Marichal, On Choquet and Sugeno Integrals as Aggregation Functions. In: Grabisch M, Murofushi T, Sugeno M (Eds). *Fuzzy Measures and Integrals*. Heidelberg: Physica-Verlag (2000) 247–272.
31. J.M. Marichal, On Sugeno integral as an aggregation function, *Fuzzy sets and systems* 114(3) (2000) 347–365.

32. J.M. Merigo, The uncertain probabilistic weighted average and its application in the theory of expertons, *African Journal of Business Management* 5(15) (2011) 6092-6102.
33. J.M. Merigo, Fuzzy Multi-Person Decision Making with Fuzzy Probabilistic Aggregation Operators, *Int. Journal of Fuzzy Systems* 13 (3) (2011) 163-174.
34. J.M. Merigo, M. Casanovas, The uncertain induced quasi-arithmetic OWA operators, *Int. Journal of Intelligent Systems* 26 (1) (2011) 1-24.
35. J.M. Merigo, M. Casanovas, Fuzzy Generalized Hybrid Aggregation Operators and its Application in Decision Making, *Int. Journal of Fuzzy Systems* 12 (1) (2010) 15-24.
36. J.M. Merigo, M. Casanovas, The Fuzzy Generalized OWA Operators and its Application in strategic Decision Making, *Cybernetics and Systems* 41 (5) (2010) 359-370.
37. J.M. Merigo, M. Casanovas, Induced Aggregation Operators in Decision Making with Dempster-Shafer Belief Structure, *Int. Journal of Intelligent Systems* 24 (8) (2009) 934-954.
38. J.M. Merigo and A.M. Gil-Lafuente, The induced generalized OWA operator, *Information Sciences* 179 (2009) 729-741.
39. J.M. Merigo, L.M. Casanovas, L. Martiner, Linguistic Aggregation Operators for Linguistic Decision Making based on the Dempster-Shafer Theory of Evidence, *Int. Journal of uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Bases Systems* 18 (3) (2010) 287-304.
40. J. M. Merigó and L. M. Casanovas, Induced aggregation operators in decision making with the Dempster-Shafer belief structure *E07/184* (2007) 5-32**.**
41. J.M. Merigo, Using immediate probabilities in fuzzy decision making. In: *Proceedings of the 22nd ASEPELT Conference* (2008) 1650-1664.
42. J.M. Merigo, *New extensions to the OWA operators and its application in decision making* (In Spanish). PhD Thesis, Department of Business Administration, University of Barcelona (2008).
43. J.M. Merigo, M. Casanovas and K.J. Engemann**,** Group Decision-Making With Generalized And Probabilistic Aggregation Operators, *International Journal of Innovative Computing Information and Control* 8-7(A) (2012) 4823-4826.
44. R. Mesiar, J. Spirkov, Weighted means and weighting functions, *Kybernetika* 42 (2) (2006) 151-160.
45. G. Shafer, *A mathematical theory of evidence*, Princeton, NJ: Princeton University Press (1976) 297 pp.
46. M. Schneider, A. Kandel, Properties of the fuzzy expected expected value and the fuzzy expected interval in fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems* 28 (1988) 56-68.
47. A. Sikharulidze, G. Sirbiladze, Average misbilief criterion in the minimal fuzzy covering problem, *Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Fuzzy Systems* (FS'08) (2008) 42–48.
48. G. Sirbiladze, Extremal Fuzzy Dynamic Systems: Theory and Applications, *IFSR International Series on Systems Science and Engineering* 28, 1st Edition. Springer (2013) 396 pp.
49. G. Sirbiladze, Modeling of extremal fuzzy dynamic systems. Parts I, II, III, *International Journal of General Systems* 34(2) (2005) 107–198.
50. G. Sirbiladze, T. Gachechiladze, Restored fuzzy measures in expert decision-making, *Information Sciences* 169(1/2) (2005) 71–95.
51. G. Sirbiladze, B. Ghvaberidze, T. Latsabidze, B. Matsaberidze, Using a minimal fuzzy covering in decision-making problems, *Information Sciences* 179 (2009) 2022–2027.
52. G. Sirbiladze, A. Sikharulidze, Generalized Weighted Fuzzy Expected Values in Uncertainty Environment, *Proceeding of the 9-th WSEAS International Conference on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases* (2010) 54-64.

53. G. Sirbiladze, A. Sikharulidze, Weighted fuzzy averages in fuzzy environment. Parts I, II, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 11(2) (2003) 139–172.
54. G. Sirbiladze, A. Sikharulidze, B. Ghvaberidze, B. Matsaberidze, Fuzzy-probabilistic Aggregations in the Discrete Covering Problem, *International Journal of General Systems* 40(2) (2011) 169 -196.
55. G. Sirbiladze, N. Zaporozhets, About two probability representations of fuzzy measures on a finite set, *Journal of fuzzy mathematics* 11(2) (2003) 1147–1163.
56. G.Sirbiladze and A.Sikharulidze, Decision-Making Aiding Fuzzy Information Analysis in Investments. Part I: Discrimination Analysis in Investment Projects, *Proc. of Javakhishvili Tbilisi State University, Applied Mathematics, Computer Sciences* 353(22-23) (2003) 77-94.
57. G. Sirbiladze, O. Badagadze, K. Sirbiladze and G. Tsulaia, OWA – Type Possibilistic Aggregations in the Problem of the Country Political Management, *Transactions of the International Scientific Conference Dedicated to the 90-th Anniversary of Georgian Technical University* (2012) 316-321.
58. G. Sirbiladze, O. Badagadze, K. Sirbiladze and A. Sikharulidze, Possibilistic Aggregations in the Decision Making Problem regarding the Political Management, *Proceedings of the 1st WSEAS International Conference on Information Technology and Computer Networks (ITCN '12)* (2012) 67–70.
59. G. Sirbiladze, O. Badagadze and K. Sirbiladze, Possibilistic OWA — type Aggregation Operator in the Decision Making Problem regarding the Country Fiscal Policy, *Euro|Informs 26th European Conference On Operational Research, Abstract Book*, (2013) 404-404.
60. G. Sirbiladze, O. Badagadze and K. Sirbiladze**,** Possibilistic Aggregations in the FPOWA Operator, *Georgian International Journal of Science and technology* 6(1) (2013) 92-105.
61. G. Sirbiladze, G. Tsulaia and O. Badagadze, OWA – type Fuzzy Aggregations in a Decision Making Regarding the Selection of Investments, *International Journal of Fuzzy Systems and Advanced Applications* 1 (2014) 83-87.
62. G. Sirbiladze, O. Badagadze and I. Khutsishvili**,** Two Stage Fuzzy Methodology to Evaluate the Credit Risks of Investment Projects, *XII International Conference on Fuzzy Systems and Neural Computing, International Science Index* 8(10) Part XII (2014) 934-939.
63. O. Badagadze and G. Sirbiladze, Possibilistic OWA-type Aggregations in the Business Startup Decision Making, *Recent Advances in Systems, Proceedings of the 19th International Conference on Systems (part of CSCC '15)* (2015) 125-128.
64. G. Sirbiladze, O. Badagadze, G. Tsulaia and A. Varshanidze, Associated Probabilities of a Fuzzy Measure in the Aggregations of Fuzzy Probabilistic Mean Operators, *Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications* 1(45) (2015) 93-123.
65. G. Sirbiladze, I. Khutsishvili, O. Badagadze, New Fuzzy Probabilistic Aggregation Operator in the Information System Implementation Management Problem, *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences* 10(2) (2016) 59-66.
66. G. Sirbiladze, O. Badagadze, G. Tsulaia, New Fuzzy Aggregations. Part I: General Decision Making System and its Information Structure, *International Journal of Control Systems and Robotics* 1 (2016) 66-72.
67. G. Sirbiladze, O. Badagadze, G. Tsulaia, New Fuzzy Aggregations. Part II: Associated Probabilities in the Aggregations of the POWA Operator, *International Journal of Control Systems and Robotics*.1 (2016) 73-85.
68. G. Sirbiladze, O. Badagadze, G. Tsulaia**,** New Fuzzy Aggregations. Part III: Application of New FPOWA Operators in the Problem of Political Management, *International Journal of Control Systems and Robotics* 1 (2016) 86-95.

69. G. Sirbiladze, I. Khutsishvili, O. Badagadze, M. Kapanadze, More Precise Decision-Making Methodology in the Temporalized Body of Evidence. Application in the Information Technology Management, *International Journal of Information Technology & Decision Making* 15(6) (2016) 1469-1502.
70. G. Sirbiladze and O. Badagadze, Intuitionistic Fuzzy Probabilistic Aggregation Operators Based on the Choquet Integral: Application in Multicriteria Decision-Making, *International Journal of Information Technology & Decision Making* 16(1) (2017) 245-279.
71. G. Sirbiladze, I. Khutsishvili, O. Badagadze and G. Tsulaia, Associated Probability Intuitionistic Fuzzy Weighted Operators in Business Start-up Decision Making, *Iranian Journal of Fuzzy Systems* (2017) (to be published).
72. G. Sirbiladze, I. khutsishvili and B. Ghvaberidze, Construction of the Possibilistic OWA operator for Evaluatuin of Credit Risks of Investment Projects, *Transactions of the International Scientific Conference Dedicated to the 90-th Anniversary of Georgian Technical University* (2012) 312-316.
73. G. Sirbiladze, G. Khachidze, Decision-making Aiding Fuzzy Informational Systems In Investments. Part II - Demster-Shaper's Expected Utility In Investment Decisions, *Proceeding of Javakhishvili Tbilisi State University Applied Mathematics and Computer Sciences* 353(22-23) (2003) 95-108.
74. G. Sirbiladze, A. Sikharulidze, G. Korakhashvili, Decision-making Aiding Fuzzy Informational Systems In Investments. Part I – Discrimination Analysis In Investment Projects, *Proceeding of Javakhishvili Tbilisi State University Applied Mathematics and Computer Sciences* 353(22-23) (2003) 77-94.
75. P. Smets, Imperfect Information: Imprecision and Uncertainty, *Uncertainty Management in Information Systems* (1996) 225-254.
76. P. Smets, *Decision under Uncertainty*, CoRR abs/1304.1527 (2013).
77. P. Smets, *Imperfect information: Imprecision -Uncertainty, UMIS - Var Unc.* 1, IRIDIA (1999).
78. M. Sugeno, *Theory of fuzzy integrals and its applications*, Thesis (PhD), Tokio Institute of Technology (1974).
79. V. Torra, The weighted OWA operator, *Int. Journal of Intelligent Systems* 12 (2) (1997) 153-166.
80. V. Torra, Y. Narukawa, *Modeling Decisions: Information Fusion and Aggregation Operators*, Berlin: Springer-Verlag (2007) 284 pp.
81. R.R. Yager, Weighted Maximum Entropy OWA Aggregation with Applications to Decision Making under Risk, *IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics* Part A 39(3) (2009) 555-564.
82. R.R. Yager, On the dispersion measures of OWA operators, *Information Sciences* 179(22) (2009) 3908-3919.
83. R.R. Yager, Aggregation of ordinal information, *Fuzzy Optimization and Decision Making* 6(3) (2007) 199-219.
84. R.R. Yager, Generalized OWA Aggregation Operators. *Fuzzy Optimization and Decision Making* 3(1) 2004) 93-107.
85. R.R. Yager, On the Evaluation of Uncertain Courses of Action, *Fuzzy Optimization and Decision Making* 1(1) (2002) 13-41.
86. R.R. Yager, Heavy OWA Operators, *Fuzzy Optimization and Decision Making* 1(4) (2002) 379-397.
87. R.R. Yager, On the cardinality index and attitudinal character of fuzzy measures, *International Journal of General Systems* 31(3) (2002) 303-329.
88. R.R. Yager, On the entropy of fuzzy measure, *IEEE Transaction on Fuzzy Sets and Systems* 8 (4) (2000) 453-461.
89. R.R. Yager, A class of fuzzy measures generated from a Dempster-Shafer Belief Structure, *International Journal of Intelligent Systems* 14(12) (1999) 1239-1247.

90. R.R. Yager, Including decision attitude in probabilistic decision making, *International Journal of Approximate Reasoning* 21 (1999) 1-21.
91. R.R. Yager and D.P. Filev, Induced ordered weighted averaging operators, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics B* 29 (1999) 141-150.
92. R.R. Yager, Families of OWA operators, *Fuzzy Sets and Systems* 59(2) (1993) 125-148.
93. R.R. Yager, On Ordered Weighted Averaging aggregation operators in multicriteria decision making, *IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics* 18(1) (1988) 183-190.
94. R.R. Yager, Quantifier Guided Aggregation Using OWA Operators, *International Journal of Intelligent Systems* 11 (1996) 49-73.
95. R.R. Yager, J.Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds)., *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, New York: John Wiley & Sons (1994) 597 pp.
96. R.R. Yager, J.Kacprzyk, (Eds)., *The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory and Applications*, Norwell: Kluwer Academic Publishers (1997) 357 pp.
97. R.R. Yager, J.Kacprzyk, G. Beliakov (Eds)., Recent Development in the ordered Weighted Averaging Operations: Theory and Practice, *Studies in Fuzziness and Soft Computing* 265, 1st Edition. Springer (2011) 298 pp.
98. R.R. Yager, Decision making under Dempster-Shafer uncertainties, *International Journal of General System*, 20 (1992) 233-245.
99. Z. Wang, G.J. Klir, Generalized Measure Theory, *IFSR International Series of Systems Science and Engineering* 25, 1st Edition, Springer (2009) 384 pp.
100. Z.S. Xu, Q.L. Da, An Overview of operators for aggregating information, *Int. Journal of Intelligent Systems* 18(9) (2003) 953-969.
101. L.A. Zadeh, Fuzzy sets, *Information and Control* 8(3) (1965) 338-353
102. А.Н. Борисов и др., *Обработка нечёкной информации в системах принятия решений*, Москва, Радио и связь (1989).
103. В.П. Бочарников, *Fuzzy-Технология: Математические основы. Практика Моделирования в экономике*, Санкт-Петербург, наука б РАН (2001) 328с.
104. Д.Д. Клир, *Системология автоматизиция решение системных задач*, Москва, Радио и связь (1990).
105. გ. სირბილაძე, ბ. მაცაბერიძე, *გადაწყვეტილების მიღების ანალიზი რისკის გარემოში*, უნივერსალი, თბილისი (2001).